Capítulo zz

Medición de resistencias a cuatro puntas o método de Kelvin.

Objetivos

- Medición de resistencia de bajo valor
- Método de las cuatro puntas
- Diseminación de la resistividad de una muestra plana

En este capítulo estudiamos el método de cuatro puntas para medir resistencias. La ventaja clave de esta técnica es que elimina la contribución de la resistencia del cableado y los potenciales de contacto. Este procedimiento, también conocido como método de Kelvin, es muy útil para medir resistencias de muy bajo valor. Esta técnica tiene mucha aplicación en laboratorios de medición y en las prospecciones geofísicas. Es adecuada para medir resistividad de muestras de diversas formas o geometrías.

zz.1 Determinación de resistencias de bajo valor

La determinación de la resistividad o conductividad de una muestra es de gran utilidad en muchos experimentos y aplicaciones industriales. La técnica de cuatro puntas o método de Kelvin es uno de los métodos más comunes y útiles para este fin. Fue desarrollada originalmente por Lord Kelvin, más tarde perfeccionada por Frank Wenner, a comienzos del siglo XX, que la utilizó para medir la resistividad de muestras de tierra.[1,2,3] En geofísica se la conoce como método Wenner. También se utiliza ampliamente en la industria de los semiconductores para controlar el proceso de producción.

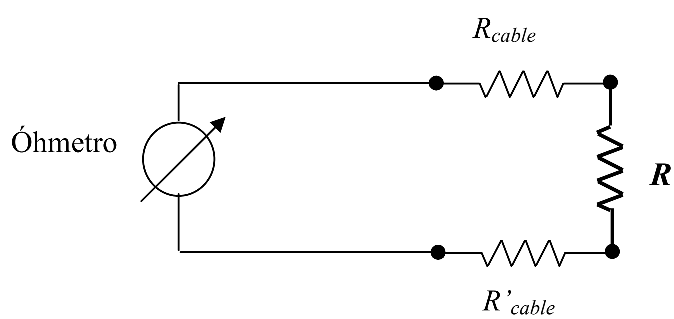

Figura zz.1 Determinación de la resistencia de una muestra usando un óhmetro o multímetro. La resistencia de interés es R, sin embargo lo que mide el óhmetro es $R + R'_{cable} + R_{cable}$.

Para medir una resistencia de valores intermedios (entre algunas decenas de Ohms (Ω) a unos pocos MΩ) tal vez lo más simple es usar la técnica de *dos puntas,* usando un multímetro (óhmetro) como se indica en la Figura zz.1. La resistencia de interés es R, pero lo que mide el óhmetro es la suma de: $R + R'_{cable} + R_{cable}$. El valor medido será muy cercano a R sólo si $R >> R'_{cable} + R_{cable}$. Para resistencias de pequeña magnitud, $R < 10\ \Omega$, esta condición casi nunca se satisface. En general, para medir una resistencia pequeña (menor a unos 10 Ω) es necesario tener en cuenta tanto las resistencias de los cables como los potenciales de contacto que pueden estar presentes al poner en contacto dos metales distintos. Estos potenciales de contactos son comunes en las uniones de diferentes metales y pueden variar con la temperatura (efecto Seebeck). En parte debido a estos efectos, la resistencia efectiva del sistema puede depender de la polaridad de la fuente, es decir las resistencias no son necesariamente las mismas si la corriente circula en un sentido u otro. El método de medición de resistencia que se describe a continuación resuelve algunos de los problemas antes mencionados del *método de dos puntas* y es particularmente útil para la medición de resistencias de bajo valor.

zz.2 Método de las cuatro puntas o método de Kelvin

El método de Kelvin se ilustra esquemáticamente en la Fig. zz.2. Hace uso de dos circuitos vinculados. Por un circuito se hace circular la corriente (circuito exterior). Como en general los voltímetros modernos tienen altas resistencias internas, superior a los 10 MΩ, por el otro circuito de medición de la tensión (circuito interior de la figura) prácticamente no circula corriente. La tensión medida por el voltímetro será en este caso:

$$V^{+} = \varepsilon_A + I^{+} R - \varepsilon_B , \qquad \text{(zz.1)}$$

donde ε_A y ε_B representan los potenciales de contacto en cada unión. El superíndice (+) indica que la corriente circula como se indica en la Fig. zz.2. Usamos el superíndice (-) cuando cambia la dirección de la corriente de la polaridad de la fuente de tensión, pero sin alterar el resto del circuito. La resistencia limitadora R_{ext} se elige de modo tal, que la corriente en el circuito no dañe la fuente o los otros elementos del mismo.

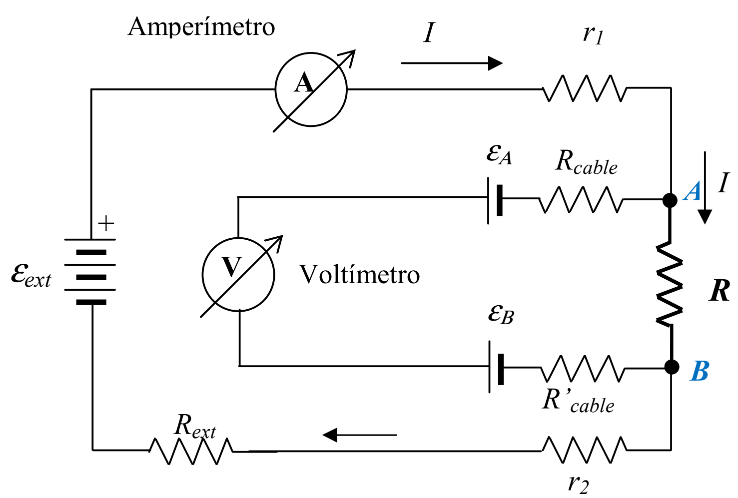

Figura zz.2 Determinación de la resistencia de una muestra usando el método de las cuatro puntas. Nótese que como los voltímetros en general tienen alta resistencia ($R_{voltímetro}$ >10 MΩ) por lo tanto, prácticamente toda la corriente circula por el circuito exterior y no hay caída de tensión en R_{cable} o en R'_{cable} (resistencias de los cables de conexión). ε_{ext} es la fuente externa de potencial, ε_A y ε_B son los potenciales de contacto. R_{ext} es una resistencia limitadora de corriente.

Si se invierte la polaridad de la fuente de tensión, la tensión medida por el voltímetro será:

$$-V^- = \varepsilon_A - I^- R - \varepsilon_B \,. \tag{zz.2}$$

Los valores de tensión y corriente indicados en la Ecs.(zz.1) y (zz.2) son los valores absolutos de lo que indican los instrumentos. Restando estas ecuaciones entre sí, tenemos:

$$V^+ + V^- = (I^+ + I^-)\,R \,. \tag{zz.3}$$

Por lo tanto, invirtiendo el sentido de circulación de la corriente y tomando la diferencia de los potenciales medidos, podemos anular el efecto de los potenciales de contacto. Más específicamente tenemos:

$$R = \frac{V^+ + V^-}{(I^+ + I^-)} = \frac{|V^+| + |V^-|}{|I^+| + |I^-|} \,. \tag{zz. 4}$$

Al aplicar la expresión (zz.4) a algún caso concreto, es conveniente analizar cuidadosamente los signos que utiliza para $I^{\pm}$ y $V^{\pm}$. La segunda forma de escribir la Ec.(zz.4) resuelve en parte esta posible ambigüedad.

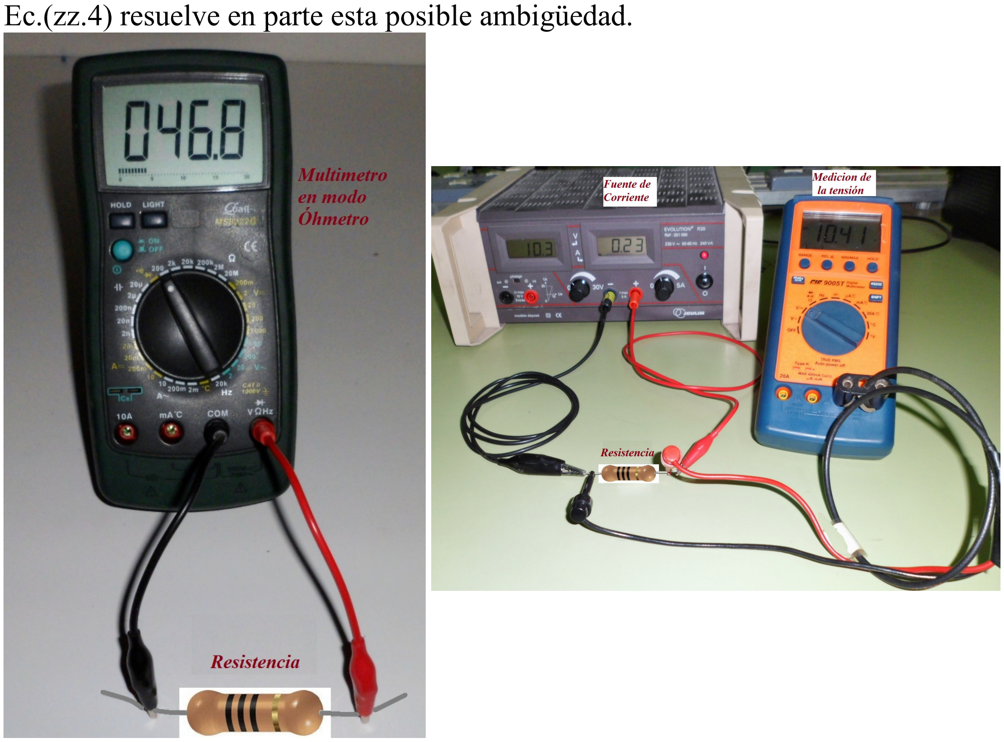

Figura zz.3 Métodos de medición de resistencia a dos puntas (izquierda) y cuatro puntas (derecha) . Algunos instrumentos especiales poseen un arreglo para medir a cuatro puntas directamente. Sin embargo, siempre es posible diseñar un arreglo con instrumentos convencionales, como se ilustra en el panel derecho, o Fig.zz.2, para realizar la medición a cuatro puntas.

Vemos así que el método de las cuatro puntas nos permite eliminar simultáneamente el efecto de las resistencias de los cables y potenciales de contacto, como así también evaluar la magnitud de dichos potenciales. En principio puede parecer sorprendente que la magnitud de la corriente por el circuito varíe si se invierte la polaridad de la fuente externa, es decir que los valores de I^+ e I^- puedan ser diferentes, sin embargo, cuando se realizan conexiones es común que existan óxidos en los conectores, que provocan que los valores de la resistencia resulten diferentes si la corriente fluye en un sentido u otro, de modo análogo a un diodo. Además, el valor de la tensión efectiva aplicada al circuito, formada por la fuente externa y los potenciales de contacto, se varía al cambiar la polaridad de la fuente externa. De hecho esta variación de corriente es fácilmente observable en muchos circuitos.

En aquellos casos en que la fuente de alimentación del circuito externo sea alterna (AC), es conveniente realizar la medición de tensión usando un instrumento que filtre las componentes de continua (DC). Muchos instrumentos poseen la opción de activar este modo de medición, por ejemplo los osciloscopios, multímetros, amplificadores *lock-in*, etc. Si se mide la tensión en modo AC, la Ec.(zz.1) se transforma en:

$$V^{AC} = I^{AC} R\,, \qquad \text{(zz.5)}$$

ya que en este modo los potenciales de contacto (DC) son filtrados automáticamente por el instrumento medidor. Por lo tanto, en este caso es posible simplificar el método de medición de cuatro puntas.

Finalmente, es interesante señalar que muchos multímetros actuales, ya tienen previstas cuatro salidas, dos para la entrada y salida de corriente y dos para la medición de potenciales, que pueden realizar mediciones a cuatro puntas en forma directa y brindar el resultado en ohms directamente, ver Figura zz.3, aunque desde luego, es posible realizar el método de cuatro puntas con instrumentos convencionales, como se ilustra en la Figura zz.2.

zz.3 Medición de la resistividad de una muestra de geometría simple-caso 1D.

Imaginamos una muestra en forma de alambre cilíndrico de diámetro ϕ y área de sección transversal A $(=\pi\,\phi^2/4)$. La diferencia de potencial entre dos puntos separados por una distancia L será:[4]

$$\Delta V = I\,R = I\,\rho\,\frac{L}{A}\,. \qquad \text{(zz.6)}$$

Empleando las Ecs.(zz.4) y/o (zz.5) tenemos:

$$\rho = (A/L)\,(\Delta V/I) = (A/L)\left\{\frac{\left|V^+\right|+\left|V^-\right|}{\left|I^+\right|+\left|I^-\right|}\right\} = (A/L)\,\frac{V^{AC}}{I^{AC}}\,, \qquad \text{(zz.7)}$$

según se use una fuente DC o AC respectivamente. En cualquier caso, es importante que la geometría del alambre sea bien conocida, es decir que los valores de A y L se puedan medir con incertidumbres pequeñas. Por lo tanto, el alambre no puede ser de un diámetro muy pequeño, ya que la incertidumbre en la medición del diámetro, limitaría grandemente la determinación de la resistividad. Al usar diámetros mayores, la resistencia de la muestra disminuye, y por lo tanto el uso del método de cuatro puntas es crucial para este tipo de determinación.

Proyecto 77. Medición de la resistividad de un alambre por el método de las cuatro puntas

Equipamiento básico recomendado: Alambre de cobre, o aluminio, o plata, o hierro. Dos multímetros para medir corriente y tensión (milivoltios). Una fuente de tensión DC o AC de unos 12V@2 A.

Para este proyecto se requieren muestras de algunos metales puros (≈ 99% de pureza) de modo de comparar fácilmente los valores medidos con los tabulados de cada material. Construya un circuito similar al indicado en la figura zz.2, para utilizar el método de las cuatro puntas o método de Kelvin para medir resistencias.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ Seleccione un conjunto de muestras puras de materiales conocidos, por ejemplo Cu, o Al, o Fe, o Ag, etc. Es importante que la geometría de la muestra se pueda caracterizar bien, por ello se sugiere usar alambre de uno 1 a 3 mm de diámetro y una longitud de aproximadamente 1 m, de modo de posibilitar la mediciones de su diámetro, ϕ, y su longitud, L, con precisiones mejores o del orden del 1%. Es importante recordar que la distancia entre los conectores del voltímetro determinan el valor de L y la longitud del alambre entre los puntos A y B, es lo que determina L, Figura zz.2. Los conectores de corriente deben unirse (o soldarse) a esos mismos puntos (A y B) o también pueden conectarse a puntos fuera del intervalo que determina L. Discuta y justifique este procedimiento de conexión de los conectores de tensión y corriente.
- ✓ Los cables que llevan la corriente deben tener un área tal que puedan soportar la máxima corriente (algunos amperes) sin calentarse excesivamente. El cable que se conecta al voltímetro puede ser más delgado, ya que por él prácticamente no circulará corriente.
- ✓ Use una fuente de tensión continua con una resistencia limitadora de corriente (R_{ext}) en serie, de unos 10 a 50 Ω y capaz de soportar intensidades de corriente de algunos amperes, o bien una fuente que tenga regulación o limitador de corriente. Si la corriente que pasa por el circuito es de 1 A, para una resistencia de la muestra de algunos mΩ esperamos medir tensiones del orden de los mV. Para su caso particular, estime el valor esperado de tensiones y elija el rango apropiado en su multímetro para medir estas tensiones.

- Varíe la polaridad de la fuente externa de tensión e investigue si la magnitud de la tensión y corrientes medidas cambian significativamente.
- Realice varias mediciones de tensiones para diferentes valores de corriente. Para mantener la temperatura constante, pude sumergir la resistencia en un vaso de agua y monitorear la temperatura con un termómetro. Grafique la tensión medida (V^{AC} o V^{+}-V^{-}) como función de la corriente (I^{AC} o I^{+}+I^{-}). Usando las expresiones (zz.4) o (zz.7) obtenga el mejor valor de R y su correspondiente error.
- Conociendo el valor del diámetro y la longitud del alambre (distancia entre los puntos de contacto con los conectores del voltímetro) determine el valor de la resistividad ρ del material y estime su error.
- Discuta el grado de acuerdo encontrado con los valores de tablas correspondientes.

zz.4 **Determinación de la resistividad de una muestra bidimensional**

Imaginemos una muestra conductora plana, de extensión infinita, cuyo espesor es t y su resistividad es ρ, como se indica en la Figura zz.4. Supongamos que en un punto de la muestra se inyecta una corriente I. Por simetría podemos imaginar que la corriente se distribuye uniformemente en todas las direcciones de la muestra, para terminar en el infinito. De este modo, la diferencia de potencial entre dos puntos separados por una distancia dr, y a una distancia r del punto de inyección será:

$$dV' = I \cdot \delta R = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot 2\pi} \cdot \frac{dr}{r} . \qquad \text{(zz.8)}$$

Aquí δR representa la resistencia de una cinta de espesor t por dr y longitud 2π.r. La corriente atraviesa la sección de área $2\pi.r.t$ por una distancia dr.

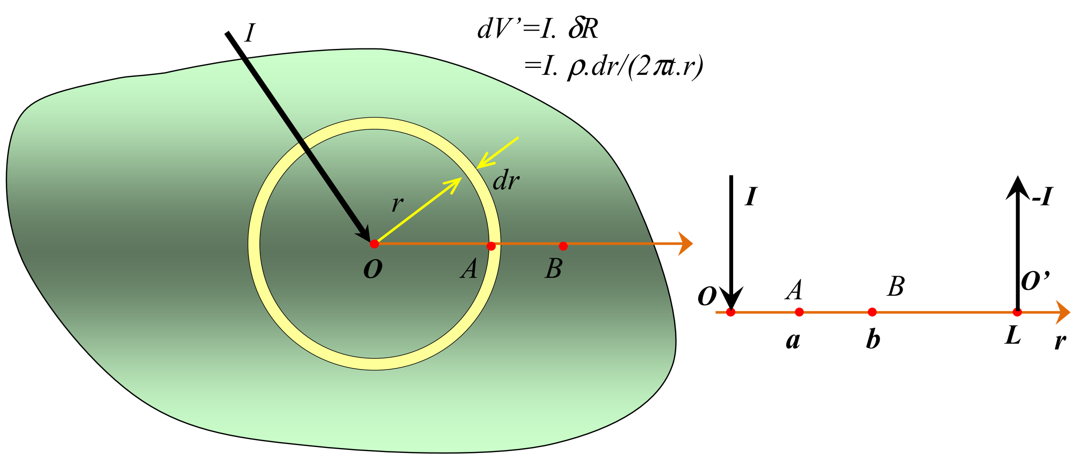

Figura zz.4 Muestra plana de extensión infinita y espesor t, por la que se inyecta una corriente I por un punto. dV' que representa la diferencia de potencial entre dos puntos separados por una distancia dr, debido sólo a la corriente inyectada I. $V'(r)$ es el potencial generado solamente por esta corriente inyectada. A la derecha, un diagrama esquemático de la posición de los puntos de inyección y salida de la corriente, y de los puntos de referencia *A* y *B* en la muestra.

Podemos así asociar un potencial a esta corriente I, de la forma:

$$V'(r) = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot 2\pi} \cdot \ln(r) + C\,, \qquad \text{(zz.9)}$$

donde C es una constante.

La diferencia de potencial entre dos puntos *A* y *B* que están a una distancia *a* y *b* respectivamente del punto de inyección O será:

$$\Delta V'(A,B) = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right). \qquad \text{(zz.10)}$$

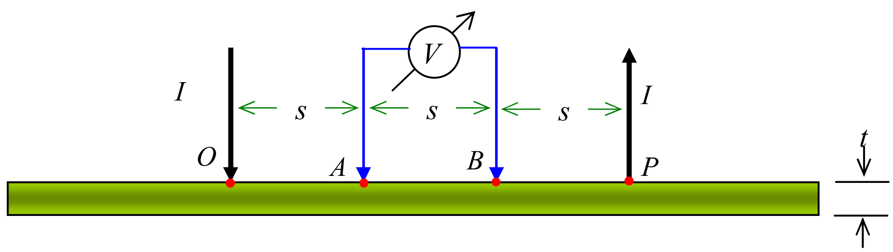

Figura zz.5 Cuatro electrodos separados por la misma distancia *s* sobre una muestra plana de espesor *t*, con *s*>>*t*.

Si por otro punto *P*, a una distancia *L* del primero, extraemos una corriente –*I*, la diferencia de potencial, entre los puntos *A* y *B*, será:

$$\Delta V''(A,B) = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot 2\pi} \cdot \ln\left(\frac{L-b}{L-a}\right). \qquad \text{(zz.11)}$$

Implícitamente, estamos suponiendo que los cuatro puntos, en cuestión (*O, A, B y P*) están alineados. Si ahora imaginamos que tenemos la inyección y la extracción actuando simultáneamente, por *suposición* de los dos casos anteriores (Ver Cap. 25), la diferencia de potencial entre los puntos anteriores será:

$$\Delta V(A,B) = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot 2\pi} \cdot \ln\left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{L-a}{L-b}\right)\right]. \qquad \text{(zz.12)}$$

Si los puntos: O, A, B y P están equiespaciados, como se muestra en la Fig. zz.5, o sea si: *a=s* , *b=2s y L=3s*, donde *s* es la distancia entre los electrodos de contacto, entonces *b/a*=2 y *(L-a)/(L-b)*=2, tenemos:

$$\Delta V(A,B) = I \cdot \frac{\rho}{t \cdot \pi} \cdot \ln(2) \quad \text{o} \quad \rho = \frac{\Delta V}{I} \cdot \frac{t \cdot \pi}{\ln(2)}. \qquad \text{(zz.13)}$$

Por lo tanto, en una geometría plana y con electrodos equidistantes y separados por una distancia $s>>t$, como se ilustra en la Fig. zz.5, la resistividad de la muestra puede extraerse de la medición de la corriente de inyección I y la medición de la diferencia de potencial ΔV, como indica la Ec.(zz.13). Nótese que la distancia s no interviene en el cálculo de ρ, aunque debe cumplirse que $s>>t$ para que valga la suposición de geometría plana. Otra condición implícita en este método es que las dimensiones de la placa plana, caracterizada por la longitud d, sea mucho mayor que la distancia entre los electrodos. Si no se cumple con $d>>s$, debe usarse un coeficiente de corrección por dimensión finita.[5,6,7] En este caso la resistividad se calcula por:

$$\rho = f_1 \cdot \frac{\pi}{\ln(2)} \cdot t \cdot \frac{\Delta V}{I}, \qquad \text{(zz.14)}$$

con el coeficiente de corrección f_1 dado por la Fig. zz.6.[5,6] Similarmente, si la muestra no es muy delgada, es decir si no se cumple $s>>t$ es necesario introducir una corrección análoga.[5,8,9,10]

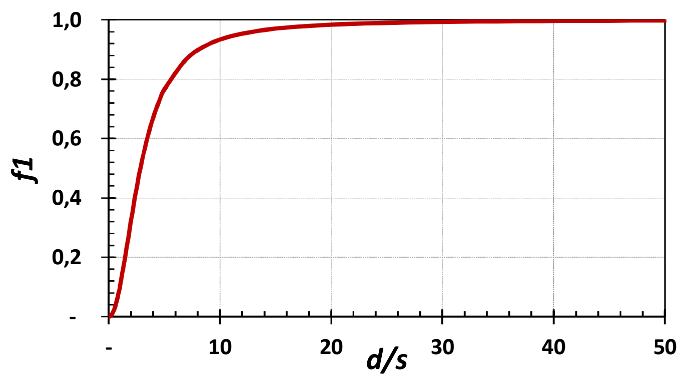

Figura zz.6 Coeficiente de corrección por muestra finita, f_1 como función del cociente d/s, siendo d la dimensión característica de la muestra y s la distancia entre los electrodos.[5,6]

Proyecto 78. Determinación de la resistividad de una muestra plana

Equipamiento recomendado: Muestras metálicas planas de Cu, Al, o algún otro metal puro de interés de espesor entre 0,25 y 1 mm. Dos multímetros, una fuente de tensión o corriente DC o AC. Un sistema de cuatro electrodos equiespaciados.

Para este proyecto se requieren muestras de algunos metales puros (99% de pureza) de modo de comparar fácilmente los valores medidos con los tabulados para el mismo material. Construya un circuito similar al indicado en la Fig. zz.5. Un modo de lograr que los cuatro electrodos estén equiespaciados y hagan buen contacto, es montar sobre una barra de acrílico de aproximadamente 1 cm de espesor, cuatro tornillos de cobre o bronce, a igual distancia sobre una línea recta. La barra se sujeta por sus extremos de modo que apoye bien sobre la muestra. La barra se apoya sobre la placa con grampas de fijación. Los tornillos deben de tener punta, para que su posición quede bien definida. Ajustando modernamente los tornillos se logra buen contacto con la placa metálica. Otra alternativa, si se usa una placa de cobre o bronce, es soldar con estaño los electrodos. Existen asimismo sistemas comerciales de cuatro puntas[11] que se proveen en distintas configuraciones, con geometrías y conductividades de las puntas bien determinadas. Estos dispositivos son de utilidad en casos en que deben realizarse mediciones de mucha precisión.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ Recorte la muestra de modo que se cumplan las hipótesis del método desarrollado para muestras planas. Es decir $d >> s >> t$.
- ✓ Conecte los electrodos de inyección de corriente y de medición de tensión alineados y equidistantes.
- ✓ Use una fuente de DC o AC con una resistencia limitadora de corriente en serie, 50Ω @ 5 W puede ser adecuado, de este modo se podrá hacer circular una corriente de unos 100 mA. Si usa una fuente de potencia con regulación de corriente, no es necesaria la resistencia limitadora. Suponiendo que una resistencia entre los puntos de medición es de algunos $m\ \Omega$, esperamos medir tensiones del orden de 0,1 mV. Por lo tanto elija el rango apropiado en su multímetro para medir estas tensiones y las corrientes correspondientes.
- ✓ Si usa una fuente DC, varíe el sentido de la corriente e investigue si la tensión medida cambia significativamente.
- ✓ Conociendo el espesor de la muestra, determine el valor de la resistividad del material y estime sus errores.
- ✓ Discuta si su muestra y sistema de medición cumplen con las condiciones $d >> s >> t$ y si es necesario realizar correcciones por estas características.
- ✓ Discuta el grado de acuerdo encontrado entre los valores de resistividades hallados y los encontrados en las tablas para estos mismos materiales.

zz.6 ♣♣Método de van der Pauw- transresistencias – Muestra plana

En muchos casos de interés práctico no es útil o posible usar una distribución de electrodos equidistantes como se discutió anteriormente, Figura zz.4. Por ejemplo cuando la muestra es muy pequeña. En estos casos, el método de van der Pauw[12] puede ser de mucha utilidad, ya que tanto los puntos de entrada y salida de corriente, como los puntos de medición de tensión, pueden estar ubicados de manera arbitraria sobre el borde de la muestra. En este método, los efectos debidos al tamaño y espaciamiento, son irrelevantes. El único requerimiento es que el espesor sea uniforme, que la muestra no tenga agujeros y sea homogénea e isótropa. Aquí sólo nos limitaremos a describir el procedimiento y a transcribir los resultados, para una justificación del mismo se puede consultar la Ref.(13).

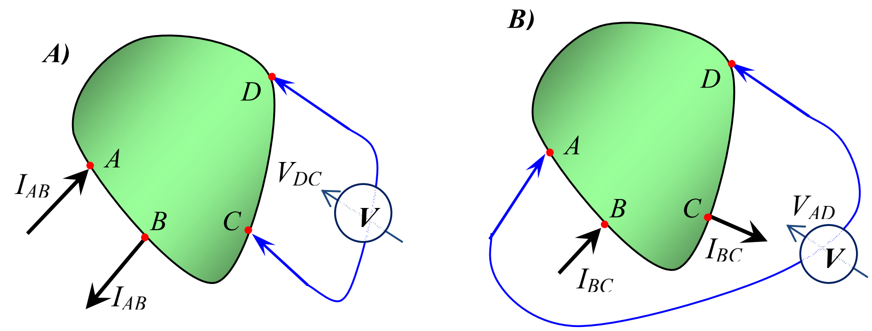

Figura zz.7 Método de van der Pauw para medir transresistencias. A) Configuración para determinar $R_{AB,CD}=V_{DC}/I_{AB}$. B) Configuración para determinar $R_{BC,AD}=V_{AD}/I_{BC}$.[13]

Imaginemos que en la muestra se hace circular la corriente I_{AB}, por los puntos periféricos A y B, como se muestra en la Figura zz.7 A) y se mide la diferencia de tensión entre los puntos D y C, es decir V_{DC}. Se define la transresitencia como $R_{AB,CD} = V_{DC} / I_{AB}$. Si se alteran los punto de entrada y salida de la corriente, como los de medición de la diferencia de tensión, tal como se ilustra en la figura zz.7 B) se puede definir otra transresistencia como $R_{BC,AD} = V_{AD} / I_{BC}$. Nótese que a diferencia de la resistencia, que se obtiene dividiendo la diferencia de tensión con la corriente entre dos puntos bien definidos, la transresistencia es el cociente de la diferencia de tensión entre dos puntos, dividida la corriente entre otros dos puntos diferentes.

Se puede probar que:[13]

$$\exp\left[-\pi \cdot t \cdot R_{AB,CD}/\rho\right] + \exp\left[-\pi \cdot t \cdot R_{BC,DA}/\rho\right] = 1, \qquad \text{(zz.15)}$$

donde ρ es la resistividad de la muestra y t el espesor de la misma. Esta expresión permite obtener de manera implícita la resistividad de la muestra, midiendo las transresistencias $R_{AB,CD}$ y $R_{BC,AD}$ y el espesor de la muestra. Dado que la ecuación (zz.15) no puede resolverse analíticamente, pero sí puede resolverse numéricamente o gráficamente. Una forma simple de resolverla consiste en graficar las funciones:

$$y_1(\rho) = \exp\left[-\pi \cdot t \cdot R_{AB,CD}/\rho\right] \quad \text{y} \quad y_2(\rho) = 1 - \exp\left[-\pi \cdot t \cdot R_{BC,DA}/\rho\right], \qquad \text{(zz.16)}$$

como función de ρ. El valor de ρ donde las funciones $y_1(\rho)$ e $y_2(\rho)$ se intersecten nos brinda la solución buscada.

Proyecto 79. Determinación de la resistividad de una muestra plana pequeña

Equipamiento recomendado: Muestras metálicas planas de Cu, Al, bronce o algún otro metal puro de interés, de espesor entre 0,25 y 1 mm , en forma de un círculo o cuadrilátero de unos 3cm aproximadamente. La forma no es importante. Lo ideal es que sea un trozo del mismo material que se usó en la actividad anterior. Dos multímetros, una fuente de tensión o corriente DC o AC.

Para este proyecto conviene usar un trozo de una muestra que se usó en el proyecto anterior, y cuya resistividad se midió previamente. Las muestras de Cu y broce tienen la ventaja que se pueden soldar con estaño. Construya un circuito similar al indicado en la Fig. xx.8.

Sugerencias de trabajo:

- ✓ Use una fuente de DC o AC con una resistencia limitadora de corriente en serie, 50Ω @ 5 W puede ser adecuado, de este modo se podrá hacer circular una corriente de unos 100 mA. Si usa una fuente de potencia con regulación de corriente, no es necesaria la resistencia limitadora. Suponiendo una resistencia entre los puntos de medición de algunos $m\Omega$, esperamos medir tensiones del orden de 0,1 mV. Por lo tanto, elija el rango apropiado en su multímetro para medir estas tensiones y las corrientes correspondientes.
- ✓ Conecte los electrodos de entrada y salida de corriente a los puntos A y B. Mida simultáneamente la diferencia de tensión entre D y C. Grafique V_{DC} como función de I_{AB}. De la pendiente de este grafico obtenga el valor de la transresitencia $R_{AB,CD}$ y el valor de la medición de tensión alineados y equidistantes.
- ✓ Si usa una fuente DC, varíe el sentido de la corriente e investigue si la tensión medida cambia significativamente.
- ✓ Conociendo el espesor t de la muestra, determine el valor de la resistividad del material y estime sus errores.
- ✓ Discuta si su muestra y sistema de medición cumplen con las condiciones $d>>s>>t$ y si es necesario realizar correcciones por estas características.
- ✓ Discuta el grado de acuerdo encontrado entre los valores de resistividades hallados y los encontrados en las tablas para estos mismos materiales.
- ✓ Si la muestra es del mismo material que el utilizado en alguno de los proyectos anteriores, compare las resistividades obtenidas con la presente técnica y la utilizada previamente.

zz.5 ♣Muestra tridimensional grande, método de Wenner

El método de las cuatro puntas también puede usarse para estimar la resistividad de una muestra tridimensional grande. En este caso, por las dimensiones de la muestra, es mucho mayor la separación entre los electrodos. Un ejemplo sería la medición de la conductividad de una región del suelo. Para justificar las expresiones a utilizar, consideramos primero el caso de una corriente I que se inyecta a una muestra tridimensional, similar al caso ilustrado en la Figura zz.8. En estas condiciones, dado el carácter tridimensional del problema, la diferencia de potencial entre dos puntos adyacentes y separados por una distancia infinitesimal *dr* será:

$$dV' = I \cdot \delta R = I \cdot \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r^2}, \qquad \text{(zz.15)}$$

δR representa la resistencia del cascarón esférico de radio *r* y espesor *dr*, de nuevo el tilde (prima) indica la diferencia de potencial debida solo a la corriente inyectada.

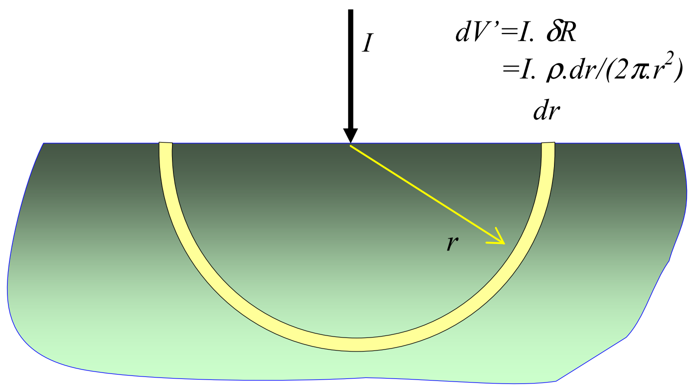

Figura zz.8 Variación del potencial en una muestra tridimensional semi infinita, en la que se inyecta una corriente *I* en un punto de su superficie. *dV´* representa la diferencia de potencial en dos puntos separados por una distancia *dr*, debido solo a la corriente inyectada *I*.

La diferencia de potencial entre dos electrodos a distancias *a=s* y *b=2s* del punto de inyección, similar al caso de la Figura zz.5 será:

$$\Delta V'(A,B) = I \cdot \frac{\rho}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = I \cdot \frac{\rho}{4\pi} \cdot \frac{1}{s}. \qquad \text{(zz.16)}$$

Si de nuevo usamos una geometría para los electrodos, similar al de la Fig. zz.5, es decir, los cuatro electrodos alineados y separados por una distancia *s*, usando superposición tenemos:

$$\Delta V = I \cdot \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{1}{s}, \text{ o bien } \rho = 2\pi \cdot s \cdot (\Delta V / I). \qquad \text{(zz.17)}$$

Este arreglo para medir resistividades también se conoce como el método de Wenner de los cuatro electrodos[14] (four-electrode Wenner array). Este tipo de método se usa en la prospección geofísica para medir la resistividad de la Tierra y conocer a qué profundidad se encuentra una capa de composición o conductividad diferente, por ejemplo agua o petroleo.[14]

Resumen de conceptos importantes y preguntas de repaso

Discuta alguna de las posibles aplicaciones e implicancias de los experimentos anteriores. Por ejemplo:

1) ¿Por qué el método de dos puntas, Fig. zz.1, tiene dificultades para medir resistencias menores que unos 10 Ω?

2) Si se desea conocer la resistividad de un alambre, de cobre por ejemplo, ¿por qué no se usa un alambre muy delgado y largo, de modo que tenga una alta resistividad? De esta forma se podría usar la técnica de dos puntas que es más simple que la de cuatro puntas. Analice los errores de las distintas magnitudes que necesita medir en este caso, Ec.(zz.7). En particular discuta cómo influye el error relativo del diámetro del alambre en su medición de resistividad.

3) ¿Qué son los potenciales de contacto?

4) ¿Por qué la corriente en el circuito de la Fig. zz.2, puede cambiar en magnitud si se invierte la polaridad de la fuente?

Índice Alfabético

Marcadores	**Nombre Marcador**
Método de cuatro puntas	Método de cuatro puntas
Método de kelvin	Método de kelvin
Método de Wenner	Método de Wenner
técnica de *dos puntas*	dosPuntas
Método de van den Paw	Vandenpaw

Bibliografía

[1] Four-terminal sensing, From Wikipedia, the free encyclopedia. http://en.wikipedia.org/wiki/Four-terminal_sensing
[2] F. Wenner, "A method of measuring earth resistivity," Bur. Stand. U.S. Bull. 12, 469–478 (1915).
[3] A. P. Schuetze, W. Lewis, C. Brown, and W. J. Geerts "A laboratory on the four-point probe technique," Am. J. Phys. **72,** 149 (2004).
[4] D. Henry, "Resistance of a wire as a function of temperature," *Phys. Teach.* **33**, 96 (1995).
[5] F.M. Smits, Measurement of sheets resistivities with a four-point probe – The Bell System Technical Journal, Pag.711-718, may 1958.
[6] D E Vaughan, Four-probe resistivity measurements on small circular specimens, J. Appl. Phys. 12 414-416 (1961).

[7] A.P.Schuetze, W.Lewis,C.Brown, and W.J.Geerts, A laboratory on the four-point probe technique Am. J. Phys. **72**(2) 149-153, 2004.
[8] R. A. Wellera, An algorithm for computing linear four-point probe thickness correction factors, Rev. Sci. Instrum. **72**, (9) 3580-3586, 2001.
[9] J. Shia, and Y. Sun, New method of calculating the correction factors for the measurement of sheet resistivity of a square sample with a square four-point probe, Rev. Sci. Instrum**. 68** (4), 1814-1817, 1997
[10] What do you measure when you measure resistivity? D. W. Koon, and C. J. Knickerbocker Rev. Sci. Instrum. **63** (l),207-210, 1992.
[11] Algunos proveedores comerciales de sistemas de cuatro puntas son: Four Dimension Inc. http://www.4dimensions.com/, Bridge Technology, http://www.fourpointprobes.com/index.html
[12] L. J. van der Pauw, "A method for measuring specific resistivity and Hall effect of discs of arbitrary shape", Phillips Research Report, 13, 1 (1958).
[13] Murray R Spiegel, Complex Variables, Schaum's Outline Series, Mc Graw Hill, N.Y. 1963
[14] Brian Avants, Dustin Soodak, and George Ruppeinera, "Measuring the electrical conductivity of the earth," Am. J. Phys., 67, (7), 593-598 (1999).