



EJERCICIO Nº 3

TEMA IV: Transformadores trifásicos

OBJETIVOS: Revisión formas de conexión de los devanados, valoración de pérdidas y rendimiento, variación del rendimiento con el índice de carga y el factor de potencia

ENUNCIADO: De un transformador trifásico de 1500 kVA, 50 Hz, conexión Yd, de 66/33 kV, se sabe que cuando alimenta a una carga trifásica equilibrada con factor de potencia 0,8 inductivo el rendimiento máximo ($\eta_{\max}$) que presenta es de 0,97 para un índice de carga $C=0,7$. En estas condiciones la tensión en bornes del secundario es de 31,5 kV.

DETERMINAR:

1. Pérdidas en el hierro, en el cobre y rendimiento cuando trabaje a plena carga con factor de potencia unidad.
2. Tensión en bornes del secundario en las mismas condiciones que en el caso anterior.

SOLUCIÓN:

Antes de comenzar con la resolución del problema hay que aclarar la forma en la que se suministran los datos en los transformadores trifásicos. **Los datos presentados como datos de la placa de características del transformador corresponden siempre a las condiciones nominales y se definen mediante magnitudes de línea.**

1º) La potencia suministrada por el transformador a través del secundario, en unas ciertas condiciones de carga, se puede calcular como: $P_2 = \sqrt{3} \cdot U_{2\text{línea}} \cdot I_{2\text{línea}} \cdot \cos\varphi$ donde ($U_{2\text{línea}}$ e $I_{2\text{línea}}$ son las tensiones y corrientes de línea que aparecen en el secundario del transformador para las condiciones de carga en las que se esté trabajando).

Puesto que el índice de carga C se puede definir como $C = \frac{I_{2\text{línea}}}{I_{2n\text{línea}}}$, la corriente del secundario se puede determinar como: $I_{2\text{línea}} = C \cdot I_{2n\text{línea}}$. De este modo, la potencia suministrada por el transformador en el secundario se convierte en: $P_2 = C \cdot \sqrt{3} \cdot U_{2\text{línea}} \cdot I_{2n\text{línea}} \cdot \cos\varphi$.

En este caso, la corriente nominal del secundario del transformador se puede obtener a partir de su potencia nominal: $S_n = \sqrt{3} \cdot U_{2n\text{línea}} \cdot I_{2n\text{línea}}$ y por lo tanto:

$$I_{2n\text{línea}} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n\text{línea}}} = \frac{15 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 33 \cdot 10^3} = 262,4 \text{ A}.$$

Conocida la corriente es posible determinar P_2 , ya que la tensión en carga es conocida (31,5 kV), el índice de carga correspondiente es conocido (0,7), y el factor de potencia de la carga es conocido (0,8 ind.): $P_2 = 0,7 \cdot \sqrt{3} \cdot 31500 \cdot 262,4 \cdot 0,8 = 8018 \text{ kW}$. Una vez calculada la potencia suministrada por el secundario, es posible determinar las pérdidas ya que se conoce el rendimiento máximo que el transformador presenta para esas condiciones de trabajo:

El rendimiento del transformador es: $\eta = \frac{P_{\text{cedida}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_2}{P_1}$. Considerando que P_2 es:

$P_1 = P_2 + P_{\text{fe}} + P_{\text{cu}}$, el rendimiento puede calcularse como: $\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{fe}} + P_{\text{cu}}}$. A partir de

esta ecuación se puede despejar: $P_{\text{fe}} + P_{\text{cu}} = \frac{P_2 - P_2 \cdot \eta}{\eta} = \frac{P_2 - P_2 \cdot 0,97}{0,97} = 248 \text{ kW}$.

Las pérdidas en el hierro cumplen: $P_0 = P_{\text{fe}}$ donde P_0 son las pérdidas medidas durante en ensayo de vacío.



Por otro lado, para un índice de carga C se cumple que: $P_{cu} = C^2 \cdot P_{cc}$, donde P_{cc} son las pérdidas en condiciones nominales. Por tanto, las pérdidas totales, es decir los 248 kW calculados anteriormente, cumplen: $248 = 0,7^2 \cdot P_{cc} + P_0$

Puesto que según los datos del problema el transformador está trabajando con el rendimiento máximo, y en las condiciones de rendimiento máximo se cumple que: $C_{\eta_{max}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$, o lo que

es equivalente: $C_{\eta_{max}}^2 \cdot P_{cc} = P_0$. Entonces: $0,7^2 \cdot P_{cc} = P_0$ ----- (1).

Sustituyendo en la ecuación anterior: $248 = 2 \cdot P_0 \rightarrow P_0 = 124 \text{ kW}$. Por lo tanto, las pérdidas en el hierro y en el cobre cuando el transformador trabaja con un índice de carga de 0,7 y un factor de potencia 0,8 inductivo serán iguales y de valor 124 kW.

En este apartado del problema se pedía determinar el valor de las pérdidas cuando el transformador trabaja con factor de potencia e índice de carga unidad. El resultado anterior permite determinar las pérdidas **con sólo razonar su dependencia del índice de carga y del factor de potencia**:

A) Las pérdidas en el hierro se consideran iguales a las pérdidas en vacío, por este motivo, serán las mismas que para el índice de carga de 0,7 y el factor de potencia 0,8 inductivo, **ya que la carga aplicada al transformador no las hace variar**.

B) Las pérdidas en el cobre del transformador no dependen del $\cos\phi$, sino del índice de carga, ya que se obtienen como: $P_{cu} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \cong R_{cc} \cdot I_1^2 = R_{cc} \cdot I_{1n}^2 \cdot C^2 = P_{cc} \cdot C^2$. Entonces a plena carga y con factor de potencia unidad las pérdidas en cobre serán iguales a P_{cc} , es decir despejando P_{cc} de (1): $P_{cc} = \frac{P_0}{C^2} = 253 \text{ kW}$.

Para poder ahora determinar el rendimiento del transformador en estas nuevas condiciones es necesario conocer la tensión que va a tener en el secundario, o lo que es lo mismo, determinar su caída de tensión:

$U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \epsilon_c]$ y $\epsilon_c(\%) = C \cdot [\epsilon_{RCC} \cdot \cos\phi + \epsilon_{XCC} \cdot \sin\phi]$. Como en este caso el factor de potencia y el índice de carga son 1, la segunda ecuación se simplifica: $\epsilon_c(\%) = [\epsilon_{RCC}]$.

La tensión de cortocircuito relativa se puede calcular aplicando su definición, o a partir de las

$$\text{pérdidas: } \epsilon_{RCC} = \frac{U_{RCC}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n}^2 \cdot R_{cc}}{U_{1n} \cdot I_{1n}} = \frac{P_{cc}}{S_n} = \frac{253}{15000} = 1,69\%.$$

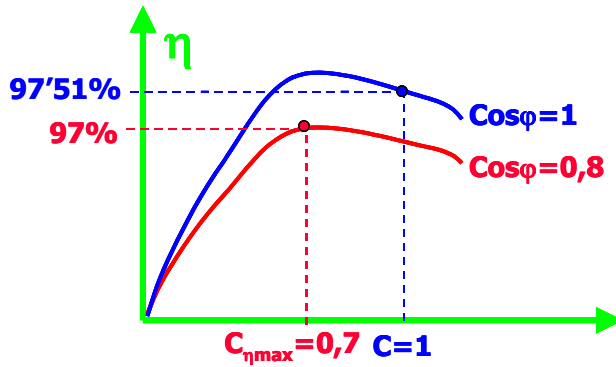
La tensión en el secundario del transformador cuando éste trabaja con factor de potencia unidad e índice de carga del 100% será entonces: $U_{2c} = 33000 \cdot [1 - 0.0169] = 32443 \text{ V}$.

2º) Conocida la tensión del secundario del transformador en las condiciones anteriores, el rendimiento se obtiene directamente: $\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fe} + P_{cu}}$. En este caso las pérdidas en el

hierro y el cobre cumplen: $P_{fe} = 124 \text{ kW}$ y $P_{cu} = 253 \text{ kW}$ y la potencia de salida del transformador P_2 , es conocida: $P_2 = \sqrt{3} \cdot U_{2c} \cdot I_{2n} \cdot \cos\phi = \sqrt{3} \cdot 32443 \cdot 262,4 \cdot 1 = 14745 \text{ kW}$.

$$\text{Por tanto: } \eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fe} + P_{cu}} = \frac{14745}{14745 + 124 + 253} = 0,975 \rightarrow \eta = 97,5\%.$$

Las variaciones en el rendimiento de este transformador con el índice de carga y el factor de potencia quedan reflejadas de una forma muy clara en la siguiente gráfica:



En ella se puede observar como a pesar de que el índice de carga que produce el rendimiento máximo es del 70%, se obtiene un rendimiento mayor en el segundo caso cuando el factor de potencia de la carga es la unidad. Esto se debe a que las curvas de rendimiento son crecientes a medida que el factor de potencia de la carga conectada al transformador aumenta.

RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**

- Potencia en transformadores trifásicos.
- Magnitudes de fase y de línea.
- Formas de conexión devanados en transformadores trifásicos.
- Índice de carga.
- Índice de carga de rendimiento máximo.
- Pérdidas en el cobre.
- Caída de tensión interna.
- Tensiones de cortocircuito relativas.
- Variación del rendimiento con el factor de potencia y el índice de carga.

- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**

- $P_2 = \sqrt{3} \cdot U_{2C\text{línea}} \cdot I_{2C\text{línea}} \cdot \cos\varphi$
- $C = \frac{I_{2C}}{I_{2n}} \quad P_2 = C \cdot \sqrt{3} \cdot U_{2C\text{línea}} \cdot I_{2n\text{línea}} \cdot \cos\varphi$
- $S_n = \sqrt{3} \cdot U_{2n\text{línea}} \cdot I_{2n\text{línea}}$
- $\eta = \frac{P_{\text{cedida}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_2}{P_1}$
- $P_1 = P_2 + P_{fe} + P_{cu} \quad \eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fe} + P_{cu}}$
- $C_{\eta\text{max}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$
- $P_{cu} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \cong R_{cc} \cdot I_1^2 = R_{cc} \cdot I_{1n}^2 \cdot C^2 = P_{cc} \cdot C^2$
- $\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}}$
- $\varepsilon_c(\%) = C \cdot [\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin\varphi] \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$
- $\varepsilon_c(\%) = \frac{U_{2n} - U_{2C}}{U_{2n}} = \frac{U_{1n} - U_{2C}}{U_{1n}} \quad U_{2C} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c]$
- $\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{I_{2n} \cdot X_{cc}}{U_{2n}}$