



EJERCICIO Nº 2

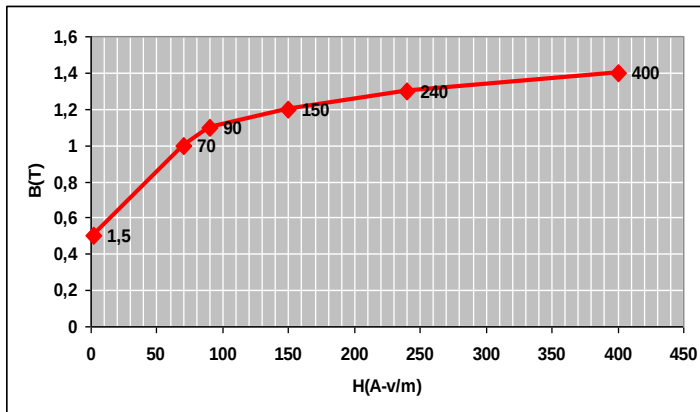
TEMA IV: Transformadores monofásicos

OBJETIVOS: Revisión conceptos básicos electromagnetismo: inducción, intensidad de campo magnético, curva BH etc., análisis detallado pérdidas transformador, cálculo parámetros circuito equivalente, cálculo caídas de tensión relativas y corriente de cortocircuito

ENUNCIADO: En un transformador monofásico de 8 kVA, 50 Hz, 4000/380 V, que responde a los siguientes parámetros de diseño:

- Sección del núcleo= 144 Cm²
- Factor de relleno=0,95
- Longitud media del circuito magnético=1 m
- Valor máximo de la inducción magnética (B_m)=1,32 T
- Curva de magnetización:

B(T)	0,5	1	1,1	1,2	1,3	1,4
H(A-v/m)	1,5	70	90	150	240	400



- Pérdidas totales en el hierro: $P_{fe} = 0,0012 \cdot B_m^2 \cdot f^{1,65}$ (W/kg)
- Densidad del hierro (ρ_{fe}): 7800 Kg/m³
- Tensión de cortocircuito en el lado de alta (U_{cc}) : 200 V
- Índice de carga de rendimiento máximo ($C_{\eta max}$): 0,9

DETERMINAR:

1. Lecturas de los aparatos de medida en el ensayo de vacío.
2. Parámetros de la rama paralelo del circuito equivalente (R_{fe} y X_{μ}).
3. Tensiones relativas de cortocircuito (ϵ_{cc} , ϵ_{Rcc} , ϵ_{Xcc}).
4. Circuito equivalente completo suponiendo: $R_1=R_2'$ y $X_1=X_2'$.
5. Tensión que debería aplicarse al primario cuando el transformador trabaja con una carga de factor de potencia 0,8 inductivo a plena carga para mantener 380 V en el secundario.
6. Intensidad de cortocircuito permanente en el lado de alta tensión considerando que el transformador está conectado a una red de potencia infinita

SOLUCIÓN:

1º) El proceso que se va a seguir para determinar la lectura de los aparatos durante el ensayo del vacío será el siguiente:

1. Cálculo del número de espiras del transformador.
2. Cálculo de la intensidad de campo magnética máxima H_m a partir de la curva BH.



3. Aplicación del teorema de Ampere para calcular la componente magnetizante de la corriente.
4. Determinación de las pérdidas en el hierro a partir de la expresión suministrada en el enunciado del problema.
5. Cálculo de la componente de pérdidas de la corriente de vacío (I_{fe}).
6. Cálculo de la corriente de vacío I_0 conocidas sus dos componentes.

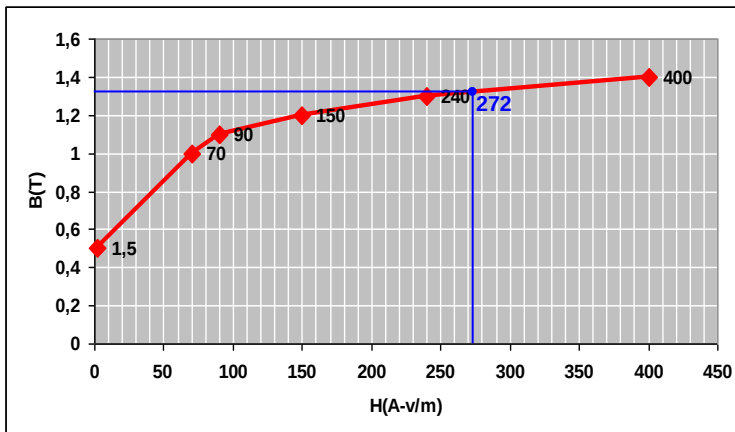
El ensayo de vacío del transformador se realiza aplicando la tensión nominal al primario y dejando el secundario en circuito abierto. En estas condiciones se cumple para la tensión del primario la siguiente relación: $U_{1ef} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot S \cdot B_m$. De esta ecuación el único dato que se desconoce y, por tanto, se puede despejar es el número de espiras del primario. Para hacerlo hay que tener en cuenta que al área del núcleo hay que aplicarle el factor de relleno, que indica la cantidad de superficie desaprovechada por el aislamiento entre las chapas magnéticas, es decir: $S = 0,0144 \cdot 0,95$. Entonces:

$$N_1 = \frac{4000}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,32 \cdot 0,0144 \cdot 0,95} = 988 \text{Espiras.}$$

Conocido el número de espiras del primario

y los valores de la inducción magnética y la intensidad de campo magnético (valores de la curva BH) es posible calcular la componente magnetizante de la corriente de vacío (I_μ) aplicando el Teorema de Ampere ($N \cdot i(t) = H(t) \cdot l$).

Al valor máximo de la inducción con la que trabaja el transformador (B_m) le corresponde el valor máximo de la intensidad de campo magnético H_m , interpolando sobre la curva BH (tomando como dato de partida $B_m = 1,32$ T) se obtiene la intensidad de campo magnético máxima.



El valor obtenido para H_m es de 272 A-v/m. Aplicando ahora el teorema de Ampere:

$N_1 \cdot I_\mu = H_m \cdot l$, donde l es la longitud media del circuito magnético.

Es importante recordar que mediante el Teorema de Ampere la corriente que se podrá calcular es la componente magnetizante de la corriente de vacío del transformador, ya que ésta es

la que está ligada al flujo magnético. **No se debe cometer el error de pensar que la corriente que se obtiene del Teorema de Ampere es la corriente total de vacío**, ya que ésta incluye la componente de pérdidas.

Despejando I_μ de la expresión anterior: $I_\mu = \frac{272 \cdot 1}{988} = 0,272 \text{ A}$. Este valor es el **VALOR MÁXIMO** de la componente magnetizante de la corriente de vacío. El valor eficaz será por

tanto: $I_{\mu ef} = \frac{0,272}{\sqrt{2}} = 0,193 \text{ A}$.

Ahora se calculará la componente de pérdidas de la corriente de vacío utilizando la ecuación matemática suministrada en el enunciado del problema. Para hacerlo debe tenerse en cuenta que la relación anterior es una fórmula experimental (suministrada por el fabricante) que incluye la totalidad de las pérdidas en el hierro (histéresis y corrientes parásitas):

$P_{fe} = 0,0012 \cdot B_m^2 \cdot f^{1,65} \text{ (W/kg)}$. Puesto que en esta ecuación se obtienen las pérdidas por unidad de masa del núcleo, será necesario calcular la masa total de material magnético que tiene el transformador:

$\text{masa}_{fe} = S \cdot l \cdot \rho_{fe} = 0,0144 \cdot 0,95 \cdot 1 \cdot 7800 = 106,7 \text{ Kg}$. En la expresión anterior también se debe incluir el factor de relleno para considerar la sección real de material magnético.



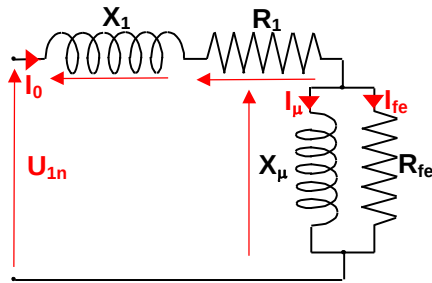
$P_{fe} = 0,0012 \cdot 1,32^2 \cdot 50^{1,65} \cdot 106,7 = 141,8 \text{ W}$. A partir de este dato es posible calcular la componente de pérdidas de la corriente de vacío:

$P_{fe} = U_{1n} \cdot I_{fe}$, por tanto: $I_{fe} = \frac{141,8}{4000} = 0,0355 \text{ A}$. La corriente total de vacío se podrá calcular

entonces como: $I_0 = \sqrt{I_{fe}^2 + I_{\mu}^2} = 0,196 \text{ A}$. Como respuesta a la pregunta del problema que planteaba cuáles serían las indicaciones de los aparatos en el ensayo de vacío, la respuesta correcta es:

- El amperímetro indicaría la corriente de vacío: **0,196 A**
- El vatímetro indicaría las pérdidas totales en el hierro: **141,8 W**

2º) Para calcular los valores de los elementos de la rama en paralelo del circuito equivalente se va a realizar una aproximación consistente en suponer que la tensión que soporta dicha rama es la tensión nominal del primario. Teniendo en cuenta que la corriente de vacío es un pequeño porcentaje de la corriente nominal, las caídas de tensión en la reactancia X_1 y en la resistencia R_1 son prácticamente despreciables.



Por este motivo, se puede considerar que la tensión soportada por la rama en paralelo es U_{1n} .

Con esta suposición los valores de la reactancia magnetizante y la resistencia de pérdidas se pueden calcular directamente:

$$R_{fe} = \frac{U_{1n}}{I_{fe}} = \frac{4000}{0,0355} = 112,676 \Omega$$

$$X_{\mu} = \frac{U_{1n}}{I_{\mu}} = \frac{4000}{0,0355} = 20,725 \Omega$$

3º) Para calcular las tensiones relativas de cortocircuito se utilizarán las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}}; \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}}; \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} \text{ en las cuales se cumple que: } U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc},$$

$$U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} \text{ y } \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}}.$$

Uno de los datos del problema es el valor de U_{cc} (200 V), por tanto: $\varepsilon_{cc} = \frac{200}{4000} = 0,05 = 5\%$.

El dato que no está disponible para calcular las restantes tensiones de cortocircuito relativas es el valor del $\cos\varphi_{cc}$. Para obtenerlo se utilizará el dato correspondiente al índice de carga de

rendimiento máximo: $C_{\eta\max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$, despejando de esta expresión el valor de P_{cc} :

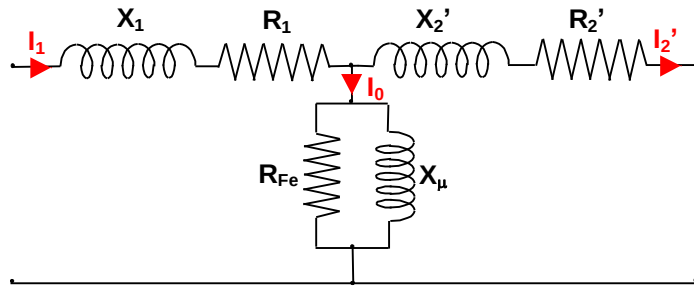
$$P_{cc} = \frac{P_0}{C_{\eta\max}^2} = \frac{141,8}{0,9^2} = 175 \text{ W}. I_{1n} \text{ se puede calcular a partir de la potencia aparente nominal:}$$

$$S_n = U_{1n} \cdot I_{1n} \rightarrow I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{8000}{4000} = 2 \text{ A}, \text{ entonces: } \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}} = \frac{175}{200 \cdot 2} = 0,4375.$$

Conocido el factor de potencia, las tensiones relativas de cortocircuito se obtienen ya directamente:

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} = 0,0219 \text{ y } \varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} = 0,045.$$

4º) Para calcular el circuito equivalente se determinarán los valores de las resistencias y reactancias a partir de las tensiones relativas de cortocircuito que se acaban de calcular. Con el transformador trabajando en cortocircuito se cumple:



$$R_{cc} = R_1 + R_2'$$

$$X_{cc} = X_1 + X_2'$$

Por otro lado:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}} \text{ entonces:}$$

$$R_{cc} = \frac{4000 \cdot 0,0219}{2} = 44 \Omega;$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}} \rightarrow X_{cc} = \frac{4000 \cdot 0,045}{2} = 90 \Omega, \text{ luego:}$$

$$R_1 = R_2' = \frac{R_{cc}}{2} = \frac{44}{2} = 22 \Omega \text{ y } X_1 = X_2' = \frac{X_{cc}}{2} = \frac{90}{2} = 45 \Omega.$$

El resto de los elementos del circuito equivalente ya han sido calculados en apartados anteriores.

5º) Para poder determinar el valor de la tensión primaria que permite mantener, para una ciertas condiciones de carga, la tensión del secundario, es necesario conocer en primer lugar la caída de tensión que se produce en el transformador para esas condiciones de carga. En el caso que nos ocupa el transformador trabajaría con **Cosφ=0,8 inductivo y carga nominal, es decir, C=1**.

La caída de tensión se puede calcular como: $\varepsilon_c(\%) = C \cdot [\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\phi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin\phi]$. Para estas condiciones particulares de carga, teniendo en cuenta que las tensiones de cortocircuito relativas son conocidas, se obtiene: $\varepsilon_c(\%) = 1 \cdot [0,0219 \cdot 0,8 + 0,045 \cdot 0,6] = 0,0445$.

La tensión que aparecería en el secundario del transformador en este caso sería:

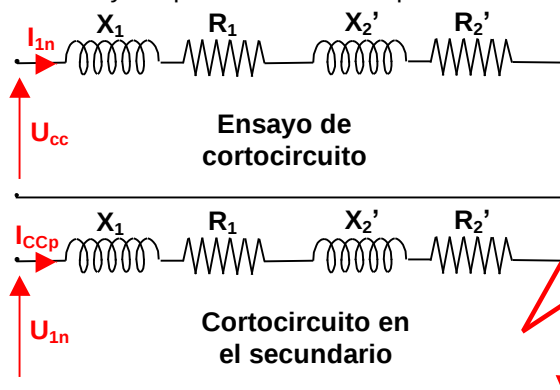
$U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c] = 380 \cdot [1 - 0,0445] = 363 \text{ V}$, por lo tanto, la tensión primaria para conseguir que el secundario se mantengan los 380 V será mayor que la nominal de 4000 V. Para calcularla basta aplicar la definición de caída de tensión:

$$\varepsilon_c(\%) = \frac{U_{2n} - U_{2c}}{U_{2n}} = \frac{U_{1n} - U_{2c}'}{U_{1n}}, \text{ de aquí se puede despejar el valor de } U_{1n} \text{ para que la tensión}$$

del secundario en carga sea $U_{2c}=380 \text{ V}$ o lo que es lo mismo que la tensión del secundario en carga referida al primario sea: $U_{2c}' = 380 \cdot r_t = 380 \cdot \frac{4000}{380} = 4000 \text{ V}$. En ese caso:

$$U_{1n} = \frac{U_{2c}'}{1 - \varepsilon_c} = \frac{4000}{1 - 0,0445} = 4186 \text{ V}.$$

6º) En cortocircuito se puede considerar que el transformador es equivalente a las dos ramas en serie y despreciar la rama en paralelo:



Despreciando la rama en paralelo, la impedancia total que presenta el transformador será: $Z_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}$.

En este caso se cumple para el ensayo de cortocircuito que: $Z_{cc} = \frac{U_{cc}}{I_{1n}}$.

Para el fallo de cortocircuito en el secundario se cumple que: $Z_{cc} = \frac{U_{1n}}{I_{ccp}}$.

Agrupando ambas ecuaciones:

$$\frac{U_{cc}}{I_{1n}} = \frac{U_{1n}}{I_{ccp}} \rightarrow I_{ccp} = \frac{U_{1n}}{U_{cc}} \cdot I_{1n} = \frac{1}{\varepsilon_c} \cdot I_{1n} = \frac{1}{0,05} \cdot 2 = 40 \text{ A}$$



RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**
 - Flujo, flujo máximo y fuerza electromotriz inducida.
 - Relación flujo – tensión.
 - Teorema de Ampere.
 - Corriente de magnetización.
 - Pérdidas en el hierro: dependencia con tensión y frecuencia.
 - Factor de relleno.
 - Curva BH de un núcleo magnético.
 - Corriente de vacío: componente de pérdidas y magnetizante.
 - Resistencia de pérdidas en el hierro y reactancia de magnetización.
 - Tensiones de cortocircuito relativas.
 - Variación del rendimiento con el índice de carga.
 - Índice de carga de rendimiento máximo.
 - Parámetros del circuito equivalente.
 - Caída de tensión interna.
 - Comportamiento del transformador durante el ensayo de cortocircuito y cuando se produce un cortocircuito en uno de los devanados: diferencias.

- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**
 - $U_{1ef} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot S \cdot B_m$
 - $N \cdot i(t) = H(t) \cdot l \quad N_1 \cdot I_\mu = H_m \cdot l$
 - $P_0 = U_1 \cdot I_{fe} \quad I_0 = \sqrt{I_{fe}^2 + I_\mu^2}$
 - $\varepsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}}$
 - $U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \quad U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc} \quad \cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}}$
 - $C_{\eta max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$
 - $\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc} \quad \varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc}$
 - $\varepsilon_c(\%) = C \cdot [\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos\varphi + \varepsilon_{Xcc} \cdot \sin\varphi] \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$
 - $\varepsilon_c(\%) = \frac{U_{2n} - U_{2c}}{U_{2n}} = \frac{U_{1n} - U_{2c}}{U_{1n}} \quad U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c]$
 - $\varepsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}} \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{I_{2n} \cdot X_{cc}}{U_{2n}}$
 - $Z_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}$