



EJERCICIO Nº 1

TEMA IV: Transformadores monofásicos

OBJETIVOS: Revisión ensayos vacío y cortocircuito, cálculo corriente vacío, análisis energético, cálculo del rendimiento y caídas tensión (transformadores monofásicos).

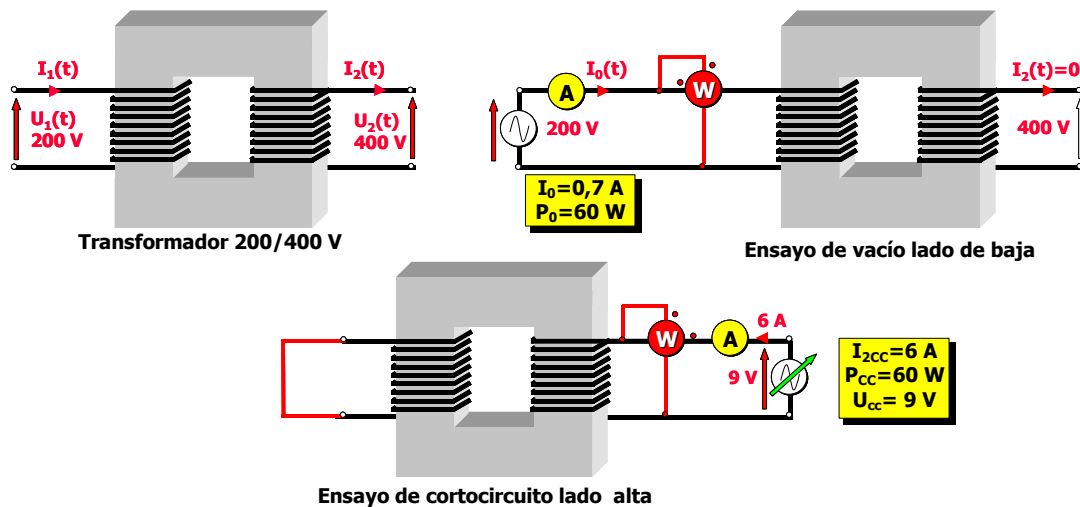
ENUNCIADO: Un transformador monofásico de 200/400 V¹, 4 kVA y 50 Hz dio los siguientes resultados en ensayos:

- Ensayo de vacío por el lado de baja: 200 V, 0,7 A, 60 W.
- Ensayo de cortocircuito por el lado de alta: 9 V, 6 A, 21,6 W.

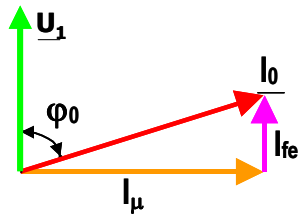
DETERMINAR:

1. Componentes de la corriente de vacío para la tensión y frecuencia nominales.
2. Rendimiento del transformador para una carga de factor de potencia unidad (trabajando en condiciones nominales).
3. Tensión en bornes del secundario del transformador trabajando a plena carga con tensión en el primario de 200 V y las siguientes condiciones particulares:
 - Factor de potencia de la carga 1.
 - Factor de potencia de la carga 0,8 inductivo.
 - Factor de potencia de la carga 0,8 capacitivo

SOLUCIÓN:



1º) Del ensayo de vacío se deduce que la corriente de vacío I_0 es de 0,7 A. Asimismo, de este ensayo se obtiene que las pérdidas en el hierro son $P_0=60$ W. **Estas pérdidas son las correspondientes a la componente I_{fe} (de carácter resistivo) de la corriente de vacío.** Así pues, se cumple:



$$P_0 = U_1 \cdot I_{fe} \quad \text{por tanto:} \quad I_{fe} = \frac{60}{200} = 0,3 \text{ A}$$

$$I_0 = \sqrt{I_{fe}^2 + I_{\mu}^2} \quad \text{por tanto:} \quad I_{\mu} = \sqrt{0,7^2 - 0,3^2} = 0,63 \text{ A}$$

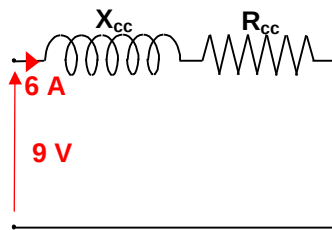
¹ Aunque en este ejercicio el dato de la relación de transformación del transformador es 200/400 V. Normalmente, la relación de transformación se define para valores mayores que la unidad, de tal modo que la forma más correcta de enunciar el problema sería indicar que el transformador es de 400/200 V y que trabaja como elevador.



2º) En el ensayo de cortocircuito se obtienen las pérdidas en el cobre en condiciones nominales cuando el ensayo se lleva a cabo haciendo circular exactamente la corriente nominal del devanado por donde se aplica la tensión.

Para analizar las condiciones en las que se realizó el ensayo de cortocircuito de este problema es necesario conocer la corriente nominal del secundario. De hecho, el ensayo de cortocircuito se debería haber realizado manteniendo el primario en cortocircuito y subiendo la tensión del secundario hasta que por él circulase la corriente nominal I_{2n} . **De este modo se habrían obtenido las pérdidas nominales.** Sin embargo en esta ocasión:

Si la carga tiene $\cos\phi=1$, entonces $S_n=P_n$: $P = U_{2n} \cdot I_{2n}$ por tanto $I_{2n} = \frac{4000}{400} = 10 \text{ A}$. Puesto que la corriente nominal del secundario es de 10 A y en el ensayo de cortocircuito realizado sólo se llegó hasta 6 A, **las pérdidas que se obtendrán no serán las nominales.** Por tanto, será necesario corregir el valor de las pérdidas obtenidas durante el ensayo:



La impedancia de cortocircuito Z_{cc} se puede obtener directamente de los resultados del ensayo:

$Z_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}$ por tanto, el módulo de esta impedancia se podrá calcular como cociente entre la tensión y la corriente existentes durante el ensayo:

$$Z_{cc} = \frac{9}{6} = 1,5 \Omega. \text{ Conocido el módulo de } Z_{cc} \text{ y la corriente}$$

nominal del secundario del transformador (10 A), es posible calcular cuanto valdría la tensión a la que debería haberse realizado el ensayo para obtener las pérdidas nominales:

$$U_{cc} = [Z_{cc} \cdot I_{2n}] = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ V}$$

Las pérdidas reales medidas durante el ensayo realizado son 21,6 W, por tanto se cumple: $21,6 = R_{cc} \cdot 6^2$ de donde se deduce que $R_{cc} = 0,6 \Omega$. Por tanto, las pérdidas en condiciones nominales serán: $P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{2n}^2 = 0,6 \cdot 100 = 60 \text{ W}$.

Para el cálculo del rendimiento se utilizará la fórmula: $\eta = \frac{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\phi}{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\phi + P_0 + P_{cc} C^2}$ en ella,

el único dato que no está disponible es la tensión U_2 del secundario del transformador, **YA QUE DICHA TENSIÓN ES LA EXISTENTE CUANDO ÉSTE TRABAJA A PLENA CARGA.**

Téngase en cuenta que la tensión en carga **no es exactamente** la tensión de vacío, ya que hay que considerar la caída de tensión interna que se produce en el transformador (indicada por el coeficiente $\varepsilon_{c(\%)}$). En cualquier caso, si los cálculos se realizasen sin tener en cuenta la caída de tensión (utilizando la tensión U_2 de vacío) no se obtendrían variaciones apreciables.

Para calcular la tensión U_2 a plena carga se determinará en primer lugar la caída de tensión:

$$\varepsilon_{c(\%)} = C \cdot [\varepsilon_{RCC} \cdot \cos\phi + \varepsilon_{XCC} \cdot \sin\phi]$$

A plena carga y factor de potencia unidad ($\cos\phi=1$, $\sin\phi=0$) la caída de tensión buscada se convierte en: $\varepsilon_{c(\%)} = \varepsilon_{RCC}$ donde: $\varepsilon_{RCC} = \frac{U_{RCC}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$. Esta última expresión está referida al primario. También se puede realizar el cálculo refiriéndolo todo al secundario:

$$\varepsilon_{RCC} = \frac{U_{RCC}}{U_{1n}} = \frac{I_{2n} \cdot R_{cc}}{U_{2n}} \text{ multiplicando y dividiendo por } I_{2n}:$$

$$\varepsilon_{RCC} = \frac{U_{RCC}}{U_{1n}} = \frac{I_{2n} \cdot R_{cc}}{U_{2n}} \cdot \frac{I_{2n}}{I_{2n}} = \frac{P_{cc}}{S_n} = \frac{60}{4000} = 0,015. \text{ Por tanto, una vez conocido } \varepsilon_{c(\%)} \text{ ya}$$

es posible determinar el valor real de la tensión U_2 a plena carga: $\varepsilon_{c(\%)} = \frac{U_{2n} - U_{2c}}{U_{2n}}$

$$\text{despejando: } U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c] = 400 \cdot [1 - 0,015] = 394 \text{ V}$$

Sustituyendo en la ecuación del rendimiento:



$$\eta = \frac{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\phi}{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\phi + P_0 + P_{cc} C^2} \quad (U_2=394 \text{ V}, C=1, I_{2n}=10 \text{ A}, \cos\phi=1, P_0=60 \text{ W}, P_{cc}=60 \text{ W}) \text{ se obtiene: } \eta = 0,97.$$

3º) En este apartado se calculará la caída de tensión en el secundario para diferentes tipos de carga en condiciones nominales ($C=1$). Para ello se partirá de la misma expresión que en el apartado anterior: $\varepsilon_c(\%) = C \cdot [\varepsilon_{RCC} \cdot \cos\phi + \varepsilon_{XCC} \cdot \sin\phi]$.

Para el primer caso, en el que el factor de potencia es 1, los cálculos ya se realizaron en el apartado 2, obteniéndose: $U_2=394 \text{ V}$.

Para los otros dos casos en los que $\cos\phi=0,8$ inductivo y $\cos\phi=0,8$ capacitivo, será necesario calcular ε_{XCC} :

$$\varepsilon_{XCC} = \frac{U_{XCC}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}} \quad (\text{referido al primario}). \text{ Si se refiere al secundario: } \varepsilon_{XCC} = \frac{I_{2n} \cdot X_{cc}}{U_{2n}}$$

por tanto, será necesario calcular el valor de X_{cc} . En apartados anteriores se dedujo que: $R_{cc}=0,6 \Omega$ y que $Z_{cc}=1,5 \Omega$, por lo tanto, el valor de la reactancia se puede obtener como:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{1,5^2 - 0,6^2} = 1,374 \Omega. \text{ Así pues: } \varepsilon_{XCC} = \frac{10 \cdot 1,374}{400} = 0,03435.$$

Entonces para $\cos\phi=0,8$ inductivo se cumple: $\varepsilon_c(\%) = 1 \cdot [0,015 \cdot 0,8 + 0,03435 \cdot 0,6] = 0,0325$.

En este caso: $U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c] = 400 \cdot [1 - 0,0325] = 387 \text{ V}$.

Para $\cos\phi=0,8$ capacitivo se cumple: $\varepsilon_c(\%) = 1 \cdot [0,015 \cdot 0,8 - 0,03435 \cdot 0,6] = 0,00858$.

En este caso: $U_{2c} = U_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c] = 400 \cdot [1 - -0,00858] = 403,4 \text{ V}$. Para este último caso, en el que el factor de potencia con el que estaba trabajando el transformador es capacitivo, (**carga conectada a él capacitiva**), se obtiene en carga una tensión en el secundario más alta que en vacío, es decir, se ha producido EL EFECTO FERRANTI.

RESUMEN

- **Conceptos utilizados para la resolución del problema**
 - Formas de realización de los ensayos de vacío y de cortocircuito.
 - Características de la corriente de vacío: componente de pérdidas y magnetización.
 - Pérdidas medidas durante cada ensayo: pérdidas en condiciones nominales.
 - Impedancia de cortocircuito (Z_{cc}).
 - Resistencia de pérdidas en el hierro y reactancia de magnetización.
 - Caída de tensión interna.
 - Rendimiento del transformador.
 - Tensiones de cortocircuito relativas.
 - Efecto Ferranti.
- **Expresiones matemáticas utilizadas en la resolución del problema**
 - $P_0 = U_1 \cdot I_{fe} \quad I_0 = \sqrt{I_{fe}^2 + I_{\mu}^2}$
 - $Z_{cc} = R_{cc} + jX_{cc}$
 - $P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{2n}^2$



- $\eta = \frac{\mathbf{C} \cdot \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_{2n} \cos \varphi}{\mathbf{C} \cdot \mathbf{U}_2 \mathbf{I}_{2n} \cos \varphi + \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_{cc} \mathbf{C}^2}$
 - $\varepsilon_c(\%) = \mathbf{C} \cdot [\varepsilon_{RCC} \cdot \cos \varphi + \varepsilon_{XCC} \cdot \sin \varphi] \quad \varepsilon_{RCC} = \frac{\mathbf{U}_{RCC}}{\mathbf{U}_{1n}} = \frac{\mathbf{I}_{1n} \cdot \mathbf{R}_{cc}}{\mathbf{U}_{1n}}$
 - $\varepsilon_c(\%) = \frac{\mathbf{U}_{2n} - \mathbf{U}_{2c}}{\mathbf{U}_{2n}} \quad \mathbf{U}_{2c} = \mathbf{U}_{2n} \cdot [1 - \varepsilon_c]$
 - $\varepsilon_{Xcc} = \frac{\mathbf{U}_{Xcc}}{\mathbf{U}_{1n}} = \frac{\mathbf{I}_{1n} \cdot \mathbf{X}_{cc}}{\mathbf{U}_{1n}} \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{\mathbf{I}_{2n} \cdot \mathbf{X}_{cc}}{\mathbf{U}_{2n}}$
-