

Práctica de aula

Respuesta al impulso de un SLI

Jaime Laviada

Área de Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad de Oviedo

Ejercicio 1: Estabilidad de los SLI

(Basado en el ejercicio 2.49 del libro Señales y Sistemas, Oppenheim)

Tal y cómo se ha comentado en las clases expositivas, para que un sistema lineal e invariante sea estable, es *condición necesaria y suficiente* que su respuesta al impulso sea absolutamente integrable, es decir

$$\text{SLI estable} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} |h(x)| dx < \infty$$

a) Demuestre que es condición suficiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(x)| dx < \infty \Rightarrow \text{SLI estable}$$

Ejercicio 1: Estabilidad de los SLI

Para demostrar que es condición necesaria, lo haremos construyendo una función, acotada, que de lugar a una salida no acotada.

Para ello, considere una sistema lineal e invariante con respuesta al impulso que no es absolutamente integrable; esto es,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(x)| dx \rightarrow \infty$$

Suponga que la entrada al sistema es:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } h(-x) = 0 \\ \frac{h^*(-x)}{|h(-x)|} & \text{si } h(-x) \neq 0 \end{cases}$$

- b) ¿Esta señal de entrada representa una entrada limitada? Si es así, ¿cuál es el valor más pequeño de A tal que:

$$|f(x)| \leq A \quad \forall x?$$

- c) Calcule la salida en $x = 0$ para esta selección particular de entrada. ¿El resultado prueba el argumento de que la integrabilidad absoluta es una condición necesaria para la estabilidad?

Ejercicio 2: Propiedades respuesta al impulso

En este problema retomamos el sistema caracterizado por la siguiente relación entre entrada y salida:

$$g(x) = \int_x^{\infty} f(y)e^{x-ay} dy \text{ con } a \geq 1$$

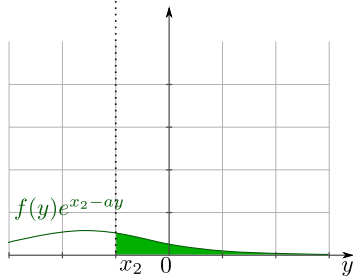
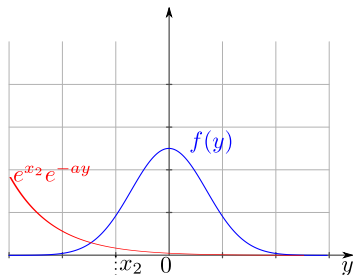
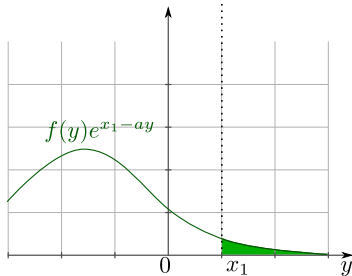
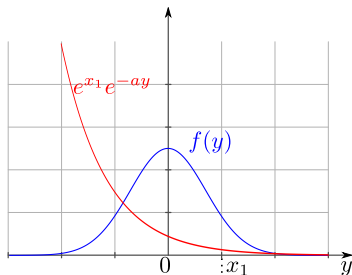
pero lo analizaremos utilizando la respuesta al impulso o el conjunto de respuestas al impulso.

- Obtener la respuesta al impulso o el conjunto de respuestas al impulso que lo caracterizan. Expresar el resultado obtenido en términos de la función $u(x)$ y comprobar razonadamente que dicho resultado es el correcto.
- Calcular de dos formas diferentes la respuesta a la función escalón unidad $u(x)$. comparar los resultados obtenidos y realizar una representación gráfica de dichos resultados para diferentes valores del parámetro $a > 1$.

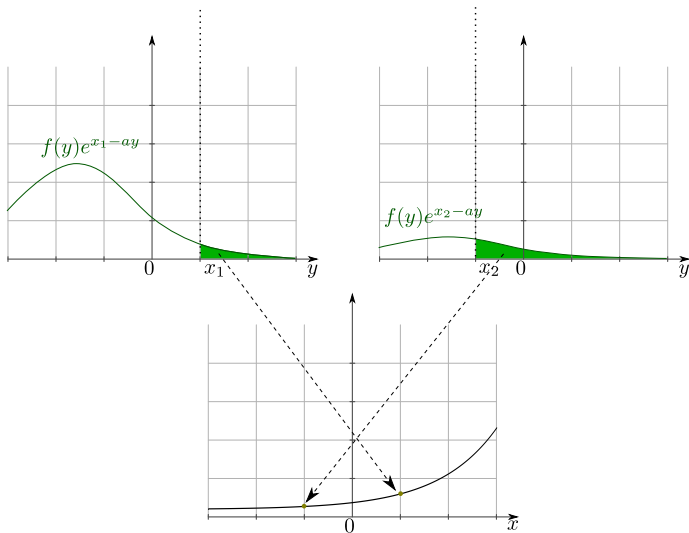
Ejercicio 2: Propiedades respuesta al impulso

- c) Explicar que ocurriría en el caso en que $a = 1$. Comparar con los resultados obtenidos en los apartados a y b.
- d) Suponiendo que $a = 1$ y usando los resultados anteriores, identificar las propiedades de memoria, causalidad, y estabilidad del sistema
- e) Analice la invertibilidad del sistema, para ello se recomienda que calcule primero $h(x) * \delta'(x)$.

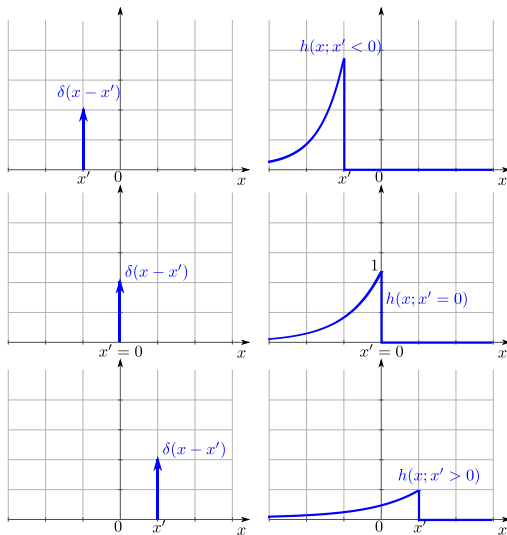
Solución



Solución



Solución



Solución

