



PRÁCTICA 4

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta práctica es el análisis y la implementación en Matlab del Método de los Elementos Finitos de la ecuación de Laplace con los programas desarrollados implementación por los profesores de la Universidad de Berlín, J. Albery, C. Carstensen, S. A. Funken, y R. Klose. Los archivos con los códigos, datos y el artículo donde se describen las técnicas utilizadas se pueden obtener en:

https://www.math.hu-berlin.de/~cc/cc_homepage/software/software.shtml

Se utilizará el artículo *“Remarks around 50 lines of Matlab: short finite element implementation”* para resolver el problema de Laplace en 2D con condiciones de contorno Dirichlet y Neumann y elementos finitos de tipo P1 y Q1.

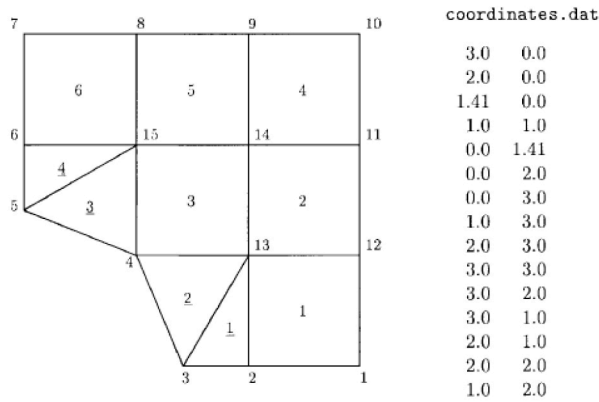
En el artículo se proporciona una implementación elaborada en Matlab para elementos finitos del tipo P1 y Q1 para la resolución numérica de problemas de elasticidad lineal 2D y 3D.

El esquema del trabajo pedido, es el descrito en el artículo:

- Explicación del problema y el modelo: ecuaciones de Lamier-Lamé con condiciones de contorno generales.
- Formulación débil y discretización.
- Triangulación y condiciones de Dirichlet y Neumann.
- Ensamblaje de la matriz de rigidez.
- Incorporación de las condiciones de contorno.
- Computación y visualización de la solución numérica.
- Implementación del estimador del error.
- Aplicaciones y ejemplos.

2. MALLADO

El mallado del ejemplo en 2D del artículo se representa en la figura inferior, así como los datos contenidos en el archivo de coordenadas (*coordinates.dat*), que contiene las coordenadas de cada nodo, siendo la primera columna la coordenada x y la segunda la y. Los archivos *elements3.dat* y *elements4.dat* por su parte, contienen el número de los nodos de los vértices de cada elemento triangular o cuadrilátero, numerado de forma anti horaria.



Podemos observar, por ejemplo, que el nodo 13 tendrá las coordenadas (2,1), por lo tanto en el archivo de coordenadas ese nodo estará en la fila 13, donde en la primera columna tendrá un dos y en la segunda un uno.

A su vez, los archivos *elements3.dat* y *elements4.dat* contienen el número de los nodos de cada elemento triangular o cuadrangular. En el caso de los elementos triangulares, el número de filas de la matriz nos indica el número de elementos de éste tipo en nuestra malla, en este caso 4 filas equivale a 4 elementos triangulares y las columnas de cada fila serán los números de los vértices que componen a ese elemento concreto. Lo mismo pasa con los elementos cuadrangulares, habiendo 6 filas en el archivo del ejemplo que nos indicarían que hay 6 elementos de este tipo en nuestra malla.

elements3.dat			elements4.dat			
			2	1	12	13
13	3	2	13	12	11	14
4	3	13	4	13	14	15
15	5	4	14	11	10	9
5	15	6	15	14	9	8
			6	15	8	7

3. ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

A continuación se procede a realizar el ensamblaje de la matriz de rigidez. Para ello se tendrá en cuenta el tipo de condiciones de contorno entre cada par de nodos que componen el borde de la pieza a estudiar.

Esta matriz estará determinada por las coordenadas de los vértices de cada elemento correspondiente y se calcula con tres funciones diferentes:

- *stima3* → para elementos triangulares.
- *stima4* → para elementos de 4 lados.
- *stima* → para elementos tetraédricos (problemas en 3D).

Se incorporarán a continuación las condiciones de contorno de Neumann y de Dirichlet.

4. COMPUTACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN NUMÉRICA

Una vez escrito el cuerpo del programa se procede a ejecutarlo y visualizar la solución numérica. Para ello se ha programado que la representación gráfica que se muestre en pantalla sea la deformación de la malla creada, con una ampliación del desplazamiento. El principal interés podría radicar en conocer la densidad de energía de cizallamiento elástico.

Por último se implementa en Matlab una rutina para calcular el error estimado.

5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En el artículo se describen cuatro ejemplos a los que se ha aplicado este código y sus respectivas variaciones para cada uno de ellos:

