

Tests de repaso

Repaso de probabilidad

1. Si nos dicen que la probabilidad de la evidencia (A) en un juicio suponiendo que el acusado sea inocente (B) es de 0.01, entonces:
 - (a) $0.01 = P(A|B)$.
 - (b) $0.01 = P(B|A)$.
 - (c) $0.01 = P(A \cap B)$.
 - (d) $0.01 = P(A \cup B)$.
2. ¿Cuál de las siguientes condiciones NO cumple un proceso de Bernoulli?
 - (a) Las repeticiones son independientes.
 - (b) Las variables toman los valores 0 y 1.
 - (c) La probabilidad de éxito es 0.5 en todas las repeticiones.
 - (d) La probabilidad de éxito es la misma en todas las repeticiones.
3. Si las llegadas por hora siguen una distribución de Poisson con parámetro 4, el tiempo entre llegadas (en minutos) sigue una distribución:
 - (a) $\exp(4)$.
 - (b) $\exp(1/15)$.
 - (c) $\exp(240)$.
 - (d) $\mathcal{P}(240)$.
4. ¿Cuál de las siguientes distribuciones cumple la propiedad de falta de memoria?
 - (a) Binomial.
 - (b) Poisson.
 - (c) Normal.
 - (d) Exponencial.
5. Una sucesión de variables aleatorias se dice independiente cuando son independientes dos a dos.
 - (a) Verdadero.

- (b) Falso.

Introducción a los procesos estocásticos

6. ¿Cómo es el proceso estocástico X_t :='número de averías acumuladas hasta el instante t '?
- (a) A tiempo discreto, con conjunto de estados continuo.
 - (b) A tiempo discreto, con conjunto de estados discreto.
 - (c) A tiempo continuo, con conjunto de estados continuo.
 - (d) A tiempo continuo, con conjunto de estados discreto.
7. ¿Y el proceso X_n :='proporción de simpatizantes de un partido entre las primeras n personas entrevistadas'?
- (a) A tiempo discreto, con conjunto de estados continuo.
 - (b) A tiempo discreto, con conjunto de estados discreto.
 - (c) A tiempo continuo, con conjunto de estados continuo.
 - (d) A tiempo continuo, con conjunto de estados discreto.
8. Si X_t representa el precio de venta de un producto en el instante t , el proceso $\{X_t\}_{t \geq 0}$
- (a) Es de incrementos independientes pero no estacionarios.
 - (b) Es de incrementos estacionarios pero no independientes.
 - (c) Es de incrementos independientes y estacionarios.
 - (d) No es de incrementos independientes ni estacionarios.
9. ¿Cuándo se dice que un proceso es débilmente estacionario?
- (a) Cuando su vector de medias es constante en 0.
 - (b) Cuando su vector de medias es constante.
 - (c) Cuando su vector de medias es constante en 0 y la función de autocovarianzas sólo depende de las diferencias.
 - (d) Cuando su vector de medias es constante y la función de autocovarianzas sólo depende de las diferencias.
10. ¿Cuál de las siguientes condiciones es cumplida por un proceso fuertemente estacionario?

- (a) (X_1, X_3) sigue la misma distribución que (X_2, X_4) .
- (b) (X_1, X_3) sigue la misma distribución que (X_1, X_4) .
- (c) Las variables son independientes e idénticamente distribuidas.
- (d) Los incrementos siguen una distribución gaussiana.

Cadenas de Markov a tiempo discreto

11. ¿Qué propiedad fundamental tienen las cadenas de Markov?
 - (a) Los incrementos son variables i.i.d.
 - (b) El futuro sólo depende del pasado a través del presente.
 - (c) El futuro es independiente del presente.
 - (d) Poseen siempre una distribución estacionaria.
12. ¿Qué relación hay entre las variables de $X_{n+1}|X_n$ y $X_1|X_0$ en una cadena de Markov?
 - (a) Son idénticamente distribuidas.
 - (b) Ninguna.
 - (c) Son idénticamente distribuidas, si la cadena de Markov es homogénea.
 - (d) Si P es la matriz de transición, la distribución de $X_{n+1}|X_n$ es P^n .
13. En una cadena de Markov con estados 1,2,3 y 4 la transición se produce de cada estado a uno diferente de manera aleatoria. ¿Cuál sería $P(X_1 = 3|X_0 = 1)$?
 - (a) Necesitaríamos conocer la matriz de transición.
 - (b) $2/9$.
 - (c) $1/4$.
 - (d) $1/3$.
14. ¿Y $P(X_2 = 3|X_0 = 1)$?
 - (a) Necesitaríamos conocer la matriz de transición en dos etapas.
 - (b) $2/9$.
 - (c) $1/4$.
 - (d) $1/3$.

15. ¿Y cuál sería la probabilidad de que $X_2 = 3$ si el estado inicial es aleatorio?
- (a) Necesitaríamos conocer la matriz de transición.
 - (b) $2/9$.
 - (c) $1/4$.
 - (d) $1/3$.
16. Si la probabilidad de retornar una vez al estado i es 0.8 , ¿cuál es la probabilidad de retornar 3 veces?
- (a) 0.8^3 .
 - (b) 0.8 .
 - (c) $1 - 0.2^3$.
 - (d) $0.8/3$.
17. Un estado para el que una vez llegado a él ya no volvemos a salir se dice...
- (a) Transitorio.
 - (b) Irreducible.
 - (c) Recurrente.
 - (d) Absorbente.
18. ¿Qué ocurre si un estado i comunica con un estado absorbente j ?
- (a) Que i es necesariamente un estado recurrente.
 - (b) Que i es necesariamente un estado transitorio.
 - (c) Que i es necesariamente un estado absorbente.
 - (d) Es imposible que se tenga esta comunicación.
19. Si existe alguna potencia n de la matriz de transición en la que $p^n(i, j) > 0$ para todo i, j , entonces:
- (a) Todos los estados son recurrentes.
 - (b) Todos los estados son transitorios.
 - (c) Es seguro que existe la distribución estacionaria.
 - (d) La cadena de Markov es periódica.
20. ¿Es posible que una cadena de Markov tenga sólo estados transitorios?
- (a) Sí, pero sólo si el número de estados es finito.

- (b) Sí, pero sólo si el número de estados es infinito.
 - (c) Sí, tanto con una cantidad finita como con una cantidad infinita de estados.
 - (d) No.
21. Si dos estados comunican entre sí entonces han de tener el mismo período.
- (a) Verdadero.
 - (b) Falso.
22. Supongamos que para cierto estado x se cumple que $p^n(x, x) > 0$ si y sólo si n no es primo. Entonces:
- (a) El período de x es 1.
 - (b) El período de x es distinto de 1.
 - (c) Es imposible que se dé esta situación.
 - (d) Necesitamos más información para calcular el período de x .
23. Una cadena periódica no puede tener distribución estacionaria.
- (a) Verdadero.
 - (b) Falso.
24. ¿Cuál de las siguientes condiciones garantiza la existencia de una distribución estacionaria?
- (a) La matriz de transición es irreducible.
 - (b) El conjunto de estados es finito.
 - (c) La cadena de Markov es periódica.
 - (d) El conjunto de estados es infinito.
25. ¿Qué ocurre si una distribución satisface la condición de equilibrio minucioso?
- (a) Puede que sea una distribución estacionaria, y puede que no.
 - (b) Es necesariamente una distribución estacionaria.
 - (c) La matriz de transición ha de ser doblemente estocástica.
 - (d) No puede haber estados absorbentes.

Martingalas

26. Un proceso $\{X_n\}_n$ en el que la esperanza de X_{n+1} condicionada al valor de $(X_1, \dots, X_n)$ es siempre inferior al valor de X_n es una:
- (a) Martingala.
 - (b) Submartingala.
 - (c) Supermartingala.
 - (d) Puede ser una martingala, una submartingala o una supermartingala.
27. Un camino aleatorio de media 0 es una:
- (a) Martingala.
 - (b) Submartingala.
 - (c) Supermartingala.
 - (d) Puede ser una martingala, una submartingala o una supermartingala.
28. Si la evolución de los precios de mercado es un proceso $\{X_n\}_n$ i.i.d. con $E(X_n) = 1.2$ y nuestra inversión inicial de Y_0 se convierte en $Y_n = Y_0 \cdot X_1 \cdot \dots \cdot X_n$, el proceso $\{Y_n\}_n$ es una:
- (a) Martingala.
 - (b) Submartingala.
 - (c) Supermartingala.
 - (d) Puede ser una martingala, una submartingala o una supermartingala.
29. Consideramos un camino aleatorio en el que las ganancias son 1 y -1 con probabilidades 0.5 y 0.5, y en el que el criterio de parada es llegar a ganar 10 o perder 5. ¿Cuál es la probabilidad de parar porque hayamos ganado 10?
- (a) 1/2.
 - (b) 2/3.
 - (c) 0.015.
 - (d) 1/3.
30. ¿Y si las ganancias son 1 y -1 con probabilidades 0.4 y 0.6?
- (a) 1/2.
 - (b) 2/3.
 - (c) 0.015.
 - (d) 1/3.

Procesos de Poisson

31. Se considera un proceso de Poisson en el que las llegadas por minuto siguen una distribución de Poisson con tasa $\lambda = 2$. ¿Qué distribución sigue el número de llegadas en la primera hora?
- (a) $\mathcal{P}(120)$.
 - (b) $\mathcal{P}(60)$.
 - (c) $\exp(2)$
 - (d) $\mathcal{P}(2)$.
32. En un proceso de Poisson compuesto las llegadas por hora siguen una tasa $\lambda = 6$, y cada una lleva asociada un gasto que sigue una distribución $N(10, 2)$. ¿Cuál es el gasto medio por hora?
- (a) Necesitamos más información.
 - (b) 30.
 - (c) 60.
 - (d) 61.2.
33. El número de reclamaciones de los clientes normales sigue un proceso de Poisson con tasa $\lambda_1 = 10$, mientras que las reclamaciones de los clientes premium siguen un proceso de Poisson con tasa $\lambda_2 = 5$. ¿Qué modelo rige el total de reclamaciones?
- (a) Es un proceso de Poisson con tasa 15.
 - (b) Es un proceso de Poisson con tasa 7.5.
 - (c) Es un proceso de Poisson cuya tasa depende del porcentaje de clientes normales y premium.
 - (d) No podemos asegurar que sea un proceso de Poisson.
34. En el modelo anterior, si se han producido 2 reclamaciones en la última hora, ¿qué probabilidad de que ambas sean de clientes normales?
- (a) 0.5.
 - (b) 4/9.
 - (c) 0.25.
 - (d) 1/9.

35. Si en un proceso de Poisson se han producido 2 llegadas en una hora, ¿qué probabilidad hay de que ambas hayan ocurrido en los últimos 30 minutos?
- (a) Necesitamos conocer la tasa de llegada del proceso.
 - (b) 0.5.
 - (c) 0.75.
 - (d) 0.25.

Procesos de renovación

36. Un proceso de Poisson es un caso particular de proceso de renovación.
- (a) Verdadero.
 - (b) Falso.
37. En un proceso de renovación, los tiempos entre renovaciones:
- (a) Siguen siempre una distribución exponencial.
 - (b) Son variables independientes e idénticamente distribuidas.
 - (c) No tienen por qué ser independientes.
 - (d) Son variables independientes, pero no necesariamente idénticamente distribuidas.
38. En un proceso de renovación con recompensa los tiempos entre renovaciones siguen una uniforme en $(0, 6)$, mientras que la recompensa toma los valores 10 y 20 con probabilidades respectivas 0.7 y 0.3. ¿Cuál es la recompensa media por unidad de tiempo?
- (a) 13.
 - (b) $13/3$.
 - (c) $13/6$.
 - (d) 5.
39. En un proceso de renovación alternante el tiempo en el estado 1 sigue una exponencial $exp(3)$, y en el estado 2 una exponencial $exp(4)$. ¿Qué porcentaje de tiempo pasamos en media en el estado 1?
- (a) $3/4$.
 - (b) $3/7$.

- (c) $4/7$.
 - (d) $1/2$.
40. En un proceso de renovación observamos la edad de la componente activa en el instante t . La edad media:
- (a) Coincide con la mitad tiempo medio de vida de las componentes.
 - (b) Siempre es mayor o igual que la mitad del tiempo medio de vida de las componentes.
 - (c) Siempre es menor o igual que la mitad del tiempo medio de vida de las componentes.
 - (d) Puede ser mayor, igual o menor que la mitad del tiempo medio de vida de las componentes.

Cadenas de Markov a tiempo continuo

41. En una cadena de Markov a tiempo continuo, los tiempos entre llegadas consecutivas:
- (a) Son variables acotadas.
 - (b) Siguen *siempre* una distribución exponencial.
 - (c) Pueden seguir o no una distribución exponencial.
 - (d) Vienen determinados por la distribución estacionaria.
42. ¿Cuál de las siguientes propiedades cumple la matriz de tasas de transición en una CMTC?
- (a) La suma por filas es constante en 1.
 - (b) Es simétrica.
 - (c) Es la inversa de la distribución estacionaria.
 - (d) La suma por filas es constante en 0.
43. ¿Qué relación hay entre las CMTC reversibles y las estacionarias?
- (a) Una CMTC reversible es estacionaria, pero el recíproco no es cierto.
 - (b) Una CMTC estacionaria es reversible, pero el recíproco no es cierto.
 - (c) Son lo mismo.
 - (d) No hay ninguna implicación entre los dos conceptos.

44. Un proceso de nacimiento y muerte con tasas de nacimiento y muerte constantes λ, μ :
- (a) Siempre tiene distribución estacionaria.
 - (b) Tiene distribución estacionaria si y sólo si $\lambda \leq \mu$.
 - (c) Tiene distribución estacionaria si y sólo si $\lambda < \mu$.
 - (d) Es imposible que la tasa de muerte sea constante.
45. El proceso de Yule es un caso particular de proceso de Poisson.
- (a) Verdadero.
 - (b) Falso.

Teoría de colas

46. Un sistema con capacidad para 20 clientes acoge un modelo de colas en el que las llegadas siguen una distribución de Poisson, el tiempo de servicio es constante, hay 2 servidores y la disciplina de cola es FIFO. De acuerdo con la notación de Kendall, ¿cómo se denotaría este sistema?
- (a) M/M/3/20.
 - (b) D/M/20/3.
 - (c) D/M/3/20.
 - (d) M/D/3/20.
47. En un modelo con 3 servidores la tasa de llegada es de 10 clientes por hora y el tiempo medio de servicio es de 0.2 horas. ¿Cuál es la tasa de uso del servidor?
- (a) 2.
 - (b) 50.
 - (c) 2/3.
 - (d) 0.2.
48. En un modelo de colas la tasa de llegada es de 3 clientes por hora y el tiempo medio de servicio es de 15 minutos. Si el tiempo medio de permanencia en el sistema es de 20 minutos, ¿cuál sería el número medio de clientes en la cola?
- (a) 0.25.

- (b) 5.
- (c) $1/12$.
- (d) 1.

49. ¿Y el número medio de clientes en el sistema?

- (a) 0.25.
- (b) 5.
- (c) $1/12$.
- (d) 1.

50. En un sistema los clientes deben pasar sucesivamente por 3 servicios de colas. El modelo matemático que se aplicaría es:

- (a) Un modelo M/M/3.
- (b) Una red de Jackson cerrada.
- (c) Una red de Jackson abierta.
- (d) Un modelo de llegadas en masa.

Soluciones

1. (a)	11. (b)	21. (a)	31. (a)	41. (b)
2. (c)	12. (c)	22. (c)	32. (c)	42. (d)
3. (b)	13. (d)	23. (b)	33. (a)	43. (a)
4. (d)	14. (b)	24. (b)	34. (b)	44. (c)
5. (b)	15. (c)	25. (b)	35. (d)	45. (b)
6. (d)	16. (a)	26. (c)	36. (a)	46. (d)
7. (b)	17. (d)	27. (a)	37. (d)	47. (c)
8. (d)	18. (b)	28. (b)	38. (b)	48. (a)
9. (d)	19. (a)	29. (d)	39. (c)	49. (d)
10. (a)	20. (b)	30. (c)	40. (b)	50. (c)