



Universidad de Oviedo

Máster en Análisis de Datos para la Inteligencia de Negocios

Procesos Estocásticos

Examen

Parte I: Ejercicios

1. **(1.5 puntos)** Una partícula efectúa transiciones entre los estados A,B,C, D y E, de acuerdo con las siguientes reglas: desde A puede pasar a cualquiera de los otros estados con la misma probabilidad; desde B puede pasar a A o a C con la misma probabilidad; desde C pasa siempre a E y viceversa; y si cae en D ya no sale de este estado.
 - (a) Determina la matriz de transición.
 - (b) Clasifica los estados.
2. **(2.5 puntos)** El número de llamadas al servicio de reclamaciones de una compañía se modeliza con un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 12$, mientras que las llamadas al servicio de contratos se modeliza con un proceso de Poisson con tasa $\lambda' = 4$. Se considera que ambos procesos son independientes.
 - (a) Determina la probabilidad de que en una hora se produzcan exactamente 15 llamadas entre los dos servicios.
 - (b) Si se han producido 15 llamadas, ¿cuál es la probabilidad de que 10 sean de reclamaciones y 5 de contratos?
 - (c) Si se han producido 5 llamadas al servicio de contratos, ¿qué probabilidad hay de que todas hayan sido en la última media hora?

Parte II: Ejercicios por ordenador

3. **(2 puntos)** Se considera una cadena de Markov con espacio de estados $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, con la siguiente matriz de transición:

$$T = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

Se supone que inicialmente nos encontramos en el estado 1.

- (a) Estima la probabilidad de estar en estado 5 al cabo de 6 años.
 - (b) Estima la distribución estacionaria.
4. (**2 puntos**) Una compañía de seguros posee unos ingresos mensuales constantes de 100, y unos gastos dependientes del número de reclamaciones a las que tiene que hacer frente. El número de reclamaciones sigue una distribución de Poisson con parámetro 9, y el coste asociado a cada reclamación es una variable discreta, que toma los valores 5, 10 y 20 con probabilidades respectivas 0.4, 0.35 y 0.25. Si la compañía tiene inicialmente un capital de 50, estima la probabilidad de que quiebre antes de 10 meses.
5. (**2 puntos**) En un servicio las llegadas se producen de acuerdo con una distribución de Poisson con tasa $\lambda = 1.1$, mientras que el tiempo de servicio sigue una distribución uniforme entre 2 y 3. Suponiendo que el servicio dispone de 4 servidores, estima el tiempo medio en el sistema y el número medio de clientes en la cola.