

Ejercicios de repaso

1. Los ingresos de una compañía son una variable aleatoria determinada por la fórmula

$$X = A \cdot (B + 1) + 200 \cdot C,$$

donde $A \sim U(1, 2)$, $B \sim \mathcal{P}(3)$ y $C \sim N(3, 4)$. Simula una muestra de tamaño 200 de la variable X y utilízala para estimar la esperanza y la varianza de X .

2. Se considera un proceso a tiempo discreto en el que en el instante n avanzamos de acuerdo a una distribución binomial $B(3, 0.5)$. Si comenzamos en la posición 0, estima la probabilidad de llegar a la posición 10 en los 5 primeros movimientos.
3. Un sistema fluctúa entre las posiciones A, B, C y D de acuerdo con las siguientes reglas: desde A y C se mueve a una posición distinta en la que está de manera aleatoria; desde B puede ir a D o a C con probabilidad 0.5; y desde D puede ir a cualquiera de las 4 posiciones con la misma probabilidad.
 - (a) Si comenzamos en A, estima la probabilidad de volver a pasar por A antes de 5 movimientos.
 - (b) ¿Cuál sería la distribución estacionaria?
4. Consideramos un camino aleatorio en el que en cada paso nuestras ganancias son de $-1, 0$ y 1 con probabilidades respectivas $0.3, 0.3$ y 0.4 . Supongamos que comenzamos con un capital de 10 euros, y que nos plantamos cuando lleguemos a 20 euros.
 - (a) Estima la probabilidad de que nos plantemos antes de llegar a quedarnos sin dinero.
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguemos a 20 euros antes de 20 iteraciones?
5. Los tiempos de vida de ciertas componentes se modelizan con un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 4$, y cada reparación lleva asociada unos ingresos de acuerdo a una distribución $N(3, 1)$.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que los ingresos antes del instante $t = 2$ superen los 20 euros?
 - (b) Estima el tiempo de vida residual en el instante $t = 1$.
6. Se considera un proceso de nacimiento y muerte con tasas de nacimiento $\lambda_n = 3n + 2 \forall n \geq 0$ y de muerte $\mu_n = 4n \forall n \geq 1$. Estima la distribución estacionaria.
7. Considera un modelo de colas en el que las llegadas se distribuyen mediante un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 4$ y el tiempo de servicio según una distribución uniforme en $(0.25, 0.5)$.
 - (a) Si tenemos 2 servidores, ¿cuál sería el tiempo medio de permanencia en el sistema?
 - (b) ¿Y si tenemos un sólo servidor pero la capacidad máxima del sistema es de 5?