

Facultad de CC. Económicas y Empresariales- Licenciatura en Economía

ECONOMETRIA- Convocatoria de Febrero. 4/02/2010

- 1) Dado un modelo econométrico lineal $y = X\beta + u$ cuya estimación ha sido llevada a cabo por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)
 - a) Deducir la expresión de la matriz de varianzas-covarianzas de los estimadores
 - b) ¿Cómo se lleva a cabo la estimación de esta matriz?
 - c) Si aumenta el tamaño de muestra ¿Cómo se ve afectada la matriz? ¿Qué consecuencias tiene?
- 2) A partir de una muestra de 35 hogares se ha estimado el gasto de consumo (G, en euros), en función de su renta disponible (R, en euros) y del número de miembros del hogar, distinguiendo entre adultos (A) y niños (N). Los resultados obtenidos se resumen a continuación:

	Estimación Mínimo Cuadrática	$\hat{u}\hat{u}$
Modelo A	$\hat{G}_i = 610 + 0,6 R_i + 14 A_i + 8 N_i$	4100
Modelo B	$\hat{G}_i = 540 + 0,72 R_i + 7,5(2A_i + N_i)$	7200

- a) Justificar cómo se enuncia y se interpreta la restricción impuesta al modelo B
 - b) Llevar a cabo el test de Wald, indicando cuál debería ser la conclusión.
- 3) Se ha analizado la evolución del consumo energético a lo largo de los últimos 25 años, estimando un modelo lineal en función del PIB per cápita y los precios de la energía. Posteriormente, mediante las opciones de Gretl se han llevado a cabo diversos contrastes.

- a) Indicar cuál es la hipótesis contrastada en el test de White y cuál debería ser la conclusión

25 observaciones 1985-2009		Variable dependiente: $uhat^2$		
Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
const	-1,49238	0,759422	-1,965	0,0642 *
piGPC	0,000179820	4,51690e-05	3,981	0,0008 ***
precio	-0,0271319	0,0922430	-0,2941	0,7718
sq_piGPC	-1,51883e-09	5,15538e-010	-2,946	0,0083 ***
X2_X3	-7,09903e-06	4,47930e-06	-1,585	0,1295
sq_precio	0,00561215	0,00206103	2,723	0,0135 **
R-cuadrado = 0,577040				

- b) A la vista del resultado obtenido ¿deberíamos incorporar alguna modificación a nuestro modelo? En caso afirmativo, justificar cómo deberíamos proceder
 - c) El estadístico Durbin-Watson proporciona un valor 1,318 que lleva asociado un nivel crítico $p=0,0445$. Describir cómo debe ser interpretado este resultado.

- 4) A partir de la información disponible para los países de la UE-27 se desea estimar un modelo econométrico para explicar la pobreza (Y , proporción de población pobre en %) en función del crecimiento económico (X_2 , tasa de variación del PIB en %) y de la tasa de desempleo (X_3 , en %) obteniendo los siguientes resultados:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0,3213 & 0,0023 & -0,038 \\ 0,0023 & 0,004 & 0,0009 \\ -0,038 & 0,0009 & 0,0055 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 430 \\ -1116 \\ 3366,7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}'\mathbf{y}=8306$$

- Estimar un modelo que explique la pobreza en la UE-27 en función del crecimiento y el desempleo
 - Estudiar la capacidad explicativa del modelo estimado
 - Llevar a cabo los contrastes de significación individual. ¿Qué variables resultan significativas al 1%?
 - Si los factores de inflación de la varianza proporcionan el resultado $VIF=1,042$ ¿Cuál debería ser la conclusión?
- 5) Se propone un modelo para determinar simultáneamente la producción (Q) y el empleo (E) del sector industrial, incorporando también las variables inversión (I) y salarios (S) del sector:

$$Q_t = \alpha_1 + \alpha_2 E_t + \alpha_3 I_t + u_{1t}$$

$$E_t = \beta_1 + \beta_2 Q_t + \beta_3 S_t + u_{2t}$$

- Analizar la identificación del sistema y justificar cómo podría llevarse a cabo su estimación
- ¿Qué sucedería si en la primera ecuación del modelo se añade como explicativa la producción retardada Q_{t-1} ?

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2,5	1,5	2	2,5	1,5

6) Dado un modelo econométrico lineal $y = X\beta + u$

d) Enunciar las hipótesis de trabajo sobre la perturbación aleatoria

e) Justificar cuál de los supuestos se incumple si $E(u_i^2) = \sigma^2 / X_i \quad \forall i = 1, \dots, n$

f) Describir el método adecuado para estimar el modelo en la situación anteriormente descrita

7) A partir de una muestra de 60 trabajadores se ha estimado un modelo para explicar el salario (S, en euros mensuales) en función de la experiencia (E, en años) y una variable dummy (D) con valor unitario para los titulados universitarios, obteniendo el resultado:

$$\hat{S}_i = 610 + 8,2 E_i + 14 D_i + 6,5 (E_i)(D_i)$$

(200) (2,5) (4,1) (2,2)

a) ¿Cuál es el efecto esperado sobre el salario de cada año adicional de experiencia?

b) Justificar qué sucedería si se añade al modelo una variable dummy con valor unitario para los trabajadores que no tienen título universitario

c) Describir brevemente cómo se contrastaría la hipótesis de que el salario fijo de los no titulados coincide con el salario mínimo interprofesional (624 euros/mes)

8) Para explicar el comportamiento del paro en distintos sectores económicos se ha estimado con Gretl un primer modelo que incluye como explicativas la tasa de crecimiento sectorial y la inversión. Al estudiar la inclusión como explicativa de la innovación tecnológica se obtiene:

Modelo 2: estimaciones MCO utilizando 34 observaciones			Variable dependiente: paro		
	<i>Coficiente</i>	<i>Desv. Típica</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Valor p</i>	
Const	-14.6235	4.16961	-3.5072	0.00145	***
Tasa	-6.57372	3.70322	-1.7751	0.08602	*
inversión	0.00366	0.000496	7.3803	<0.00001	***
Innovación	-4.08317	1.25678	-3.2489	0.00285	***
Media de la vble. dep.	14.00000	D.T. de la vble. dep.		4.867953	
Suma de cuad. residuos	255.2322	D.T. de la regresión		2.916803	
R-cuadrado	0.673616	R-cuadrado corregido		0.640978	
F(3, 30)	45.02996	Valor p (de F)		3.17e-11	
Log-verosimilitud	-82.51273	Criterio de Akaike		173.0255	
Criterio de Schwarz	179.1309	Crit. de Hannan-Quinn		175.1076	
Comparación entre modelo 1 y 2: Estadístico de contraste: F (1, 30) = 10.55, con valor p = 0.0028					
De los 3 estadísticos de selección de modelos, 3 han mejorado.					

a) ¿Cuál es la hipótesis nula contrastada? Justificar cuál debe ser la conclusión

- b) ¿A qué se refiere la afirmación de que los 3 estadísticos han mejorado?
- c) Comprobar cómo ha sido calculado el coeficiente de determinación corregido
- 9) A partir de la información disponible para una muestra de 30 tiendas de telefonía se analizan los ingresos mensuales por ventas (Y , en miles de €) en función de los gastos en publicidad (X_2 , en miles de €) y del precio medio de los aparatos comercializados (X_3 , en €) obteniendo los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,12 & 0,47 \\ -0,12 & 0,6 & -1,1 \\ 0,47 & -1,1 & 0,45 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 6650 \\ 3165 \\ 925 \end{pmatrix} \quad y'y = 5181000$$

- e) Estimar un modelo que explique el ingreso mensual en función de los gastos en publicidad y del precio de los aparatos, estudiando su capacidad explicativa.
- f) Llevar a cabo los contrastes de significación individual. ¿Qué variables serían significativas al 5%?
- g) Se ha aplicado el test de White sobre el modelo anterior, obteniendo en la regresión de los residuos cuadráticos un coeficiente de determinación de 0,17. Indicar cómo debe ser interpretado este resultado y cuál debe ser la conclusión del contraste.
- 10) El mercado de locales comerciales de cierta ciudad puede ser representado mediante el siguiente modelo de ecuaciones simultáneas:

$$Q_t^D = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t}$$

$$Q_t^S = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 C_t + u_{2t}$$

$$Q_t^D = Q_t^S$$

donde Q^D y Q^S representan la cantidad demandada y ofertada de locales, P su precio, R la renta disponible y C el tipo de interés.

- a) Analizar la identificabilidad del sistema.
- b) Se proponen tres procedimientos para estimar el modelo: Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) y Mínimos Cuadrados en dos etapas (MC2E). Justificar si son o no adecuados y describir brevemente las etapas que se deberían seguir.
- c) Al estimar la ecuación de demanda a partir de una muestra de tamaño 40 se ha obtenido un coeficiente de Durbin Watson de valor unitario. ¿A qué conclusión conduce este resultado?

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2	2,5	2

- 1) Se ha propuesto un modelo lineal $y = X\beta + u$
- a) Describir el test de White: hipótesis nula, desarrollo del contraste y conclusión.
- b) Si una vez efectuado el test de White se asume: $E(u_i^2) = \frac{\sigma^2}{X_i} \quad \forall i = 1, \dots, n$, justificar cómo debería llevarse a cabo en este caso la estimación del modelo.
- 2) Se proponen dos modelos alternativos para explicar el comportamiento de la variable Y a partir de una muestra de 50 datos, siendo $\bar{y} = 25000$, $\bar{Y} = 20$. Justificar cuál de los modelos debería ser seleccionado sabiendo que:

Modelo	K	$\hat{u}'\hat{u}$
A	2	1300
B	5	1250

- 3) Se ha estimado un modelo lineal para explicar el gasto en viajes (GASTO, en miles de euros) en función de la renta (RENTA, en miles de euros) y de una variable *dummy* con valor unitario en el tercer trimestre (TRIM3).

Modelo: estimaciones MCO utilizando las 52 observaciones 1994:1-2006:4

Variable dependiente: **GASTO**

Variable	Coefficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p	
Const	1,35792	0,0223681	60,7080	<0,00001	***
RENTA	0,27574	0,0200487	13,7535	<0,00001	***
TRIM3	0,386915	0,127402	3,0370	0,00382	***

Media de la var. dependiente = 16,4308

Desviación típica de la var. dependiente. = 0,876387

Suma de cuadrados de los residuos = 7,75446

Desviación típica de los residuos = 0,397812

$R^2 = 0,802035$ R^2 corregido = 0,793954

Estadístico F (2, 49) = 99,259 (valor p < 0,00001)

Estadístico de Durbin-Watson = 0,460473

Coef. de autocorr. de primer orden. = 0,771985

Log-verosimilitud = -24,3074

Criterio de información de Akaike = 54,6149

Criterio de información Bayesiano de Schwarz = 60,4686

Criterio de Hannan-Quinn = 56,8591

- a) Interpretar los coeficientes estimados
- b) Justificar a qué conclusión conduce el test de Durbin-Watson y si debería adoptarse alguna medida.
- c) Se duda sobre la inclusión en el modelo de la variable PRECIO para lo cual se lleva a cabo el test LR, obteniéndose la salida siguiente:

Estadístico de contraste: $F(1, 48) = 25,0611$, con valor p = 0,0000078957

¿Cuál es la hipótesis contrastada? ¿Cuál debería ser la conclusión?

4) Una agencia inmobiliaria analiza la evolución de sus ventas (número de viviendas vendidas), el precio medio del metro cuadrado en su área de acción y los gastos en publicidad (ambas variables expresadas en miles de €). Se dispone de la siguiente información para el periodo 1981-2007:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,215 & -0,31 & 0,55 \\ -0,31 & 0,19 & -0,25 \\ 0,55 & -0,25 & 0,2 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1450 \\ 2565 \\ 1652 \end{pmatrix} \quad y'y = 565000$$

- Estimar un modelo lineal que explique las ventas de la agencia inmobiliaria en función del precio medio del metro cuadrado y de los gastos en publicidad, analizando su capacidad explicativa.
- Llevar a cabo los contrastes de significación individual, interpretando su resultado.
- La evolución de las ventas de la inmobiliaria es muy favorable a partir del año 1997, y se ha llevado a cabo el test de Chow, obteniendo una discrepancia de 8,2. Describir cómo se ha realizado el contraste y cuál debe ser su conclusión.

5) Se propone un modelo de ecuaciones para la determinación simultánea de empleo (N) y salario (W), siendo V el Valor Añadido Bruto y P el índice de Precios al Consumo.

$$N_t = \alpha_0 + \alpha_1 W_t + \alpha_2 V_t + u_{1t}$$

$$W_t = \beta_0 + \beta_1 N_t + \beta_2 P_t + u_{2t}$$

- Analizar la identificación del modelo propuesto
- ¿Podría ser estimado dicho modelo por Mínimos Cuadrados bietápicos? ¿Cuáles serían en ese caso las variables instrumentales?
- Estimar un modelo lineal simple para el empleo en función del salario, a partir de la siguiente información obtenida de una muestra de 20 años:

$$\sum_t N_t = 3000 \quad \sum_t N_t^2 = 1965406 \quad \sum_t N_t W_t = 12380$$

$$\sum_t W_t = 200 \quad \sum_t W_t^2 = 2300$$

¿Cuál es su capacidad explicativa?

TIEMPO TOTAL: 2 horas, 30 minutos

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	1,5	1,5	2,5	2,5	2

- 4) Dado un modelo econométrico $y = X\beta + u$ con $E(uu') = \sigma^2 \Omega$
- a) ¿Cuál es la expresión de los Estimadores Mínimo Cuadráticos? Comprobar si dichos estimadores son insesgados para estimar β .

b) Si se asume que la matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones viene dada por:

$$E(uu') = \sigma^2 \begin{pmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_n \end{pmatrix}$$

¿Nos enfrentaríamos a un problema de autocorrelación? ¿y de heterocedasticidad? Justificar cuál debería ser la solución adoptada.

- 2) Se han estimado modelos para explicar de la tasa de empleo (E) en función del crecimiento del PIB (P), obteniéndose los resultados resumidos en la tabla:

Ambito muestral	Modelo estimado	$\hat{u}'\hat{u}$
Unión Europea Ampliada UE-27	$\hat{E}_i = 61,8 + 0,37P_i$	857,4
Unión Europea UE-15	$\hat{E}_i = 62,8 + 0,45P_i$	611,9
Países de las últimas ampliaciones (12)	$\hat{E}_i = 55,9 + 1,07P_i$	156,9

Justificar si, con esta información, se podría asumir la existencia de una estructura única en el comportamiento del empleo.

- 3) Se ha estimado un modelo para explicar los ingresos mensuales de una cadena radiofónica en función de su cuota de audiencia y del tiempo destinado a publicidad:

Dependent Variable: INGRESOS		Method: Least Squares		
Sample: 1998:05 2001:06		Included observations: 38		
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	64.75289	19.45367	3.328569	0.0021
AUDIENCIA	0.21348	0.06216		0.0015
PUBLICIDAD	3.41225		3.452046	0.0015
R-squared	0.788879	Mean dependent var		2.358421
Adjusted R-squared		S.D. dependent var		0.255507
S.E. of regression		Akaike info criterion		-1.315230
Sum squared resid	0.509964	Schwarz criterion		-1.185947
Log likelihood	27.98938	F-statistic		65.39090
Durbin-Watson stat	0.534041	Prob(F-statistic)		0.000000

- a) Completar la salida del programa EViews.
- b) Interpretar la salida obtenida para el estadístico de Durbin-Watson
- c) ¿Cómo se podría incorporar a este modelo la presencia de estacionalidad?
- d) La aplicación del test de Jarque-Bera sobre los residuos proporciona una discrepancia de 0,32. ¿Cuál es la conclusión de dicho contraste?

4) A partir de información suministrada por la UNESCO para 30 países se analiza la inversión en educación (Y, en millones de dolares) en función de la Población (X_2 , en millones de habitantes) y la Renta per cápita (X_3 , en millones de dolares), obteniendo los resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 12,97 & -0,145 & 0,34 \\ -0,145 & 0,002 & -0,0042 \\ 0,34 & -0,0042 & 0,014 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1070 \\ 118116 \\ 9600 \end{pmatrix} \quad y'y = 5212600$$

- h) Estimar por mínimos cuadrados un modelo que explique la inversión en educación en función de la población y la renta per cápita. ¿Cuál es su capacidad explicativa?
- i) Llevar a cabo los contrastes de significación individual interpretando los resultados.
- j) Se especifica un modelo que distingue entre población femenina (X_2^F) y masculina (X_2^M) obteniéndose las siguientes estimaciones:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 14 + 42X_2^F + 56X_2^M + 2,4X_3 & \hat{u}'\hat{u} &= 350000 \\ \hat{Y}_i &= 15 + 50(X_2^F + X_2^M) + 2,2X_3 & \hat{u}_R'\hat{u}_R &= 430000 \end{aligned}$$

Justificar cuál es la restricción impuesta en el segundo modelo y si, con la información estadística disponible, debería ser o no rechazado este supuesto.

5) La oferta agregada de determinado producto agrícola (Q^S) viene explicada por su precio (P) y la temperatura media (T), mientras la demanda agregada (Q^D) depende del precio (P), la población (N) y la Renta (R).

$$\begin{aligned} Q_t^S &= \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 T_t + u_t^S \\ Q_t^D &= \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 N_t + \beta_4 R_t + u_t^D \end{aligned}$$

- d) ¿Sería aconsejable estimar la ecuación de oferta individualmente mediante mínimos cuadrados ordinarios? ¿Por qué?
- e) Analizar la identificabilidad del sistema propuesto.
- f) Describir cómo se podría estimar el modelo a partir de la conclusión del apartado anterior.

TIEMPO TOTAL: 2 horas, 30 minutos

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2,25	2,75	1,5

- 3) Se ha especificado un modelo econométrico $y = X\beta + u$ con $E(uu') = \sigma^2 I$, cuya estimación se lleva a cabo por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)
- b) Deducir la expresión de la matriz de varianzas-covarianzas de los estimadores
 - c) ¿Cómo se lleva a cabo la estimación de esta matriz?
 - d) Describir el papel que desempeña la matriz de varianzas-covarianzas en los contrastes de significación del modelo.

- 4) Se ha estudiado una muestra de 25 hogares de distintas provincias estudiando sobre ellos su gasto mensual (G), que se explica en función de su renta (R), del índice de precios de alimentación (P^A) y del índice de precios de otros bienes (P^O). Los modelos estimados son los siguientes:

$$\hat{G}_i = 10,3 + 0,9R_i - 1,62P_i^A - 0,3P_i^O \quad \hat{u}'\hat{u} = 410$$

$$\hat{G}_i = 9,1 + 0,65R_i - 0,3[3P_i^A + P_i^O] \quad \hat{u}_R' \hat{u}_R = 840$$

- a) Justificar cómo se enuncia y se interpreta la restricción impuesta al modelo
 - b) Con la información disponible, llevar a cabo el test de Wald, indicando cuál debería ser la conclusión.
- 5) Mediante el programa Eviews se ha estimado un modelo para explicar la evolución de la intensidad de tráfico en una autopista (TRAFICO, número medio diario de vehículos) en función de la evolución de los precios (PRECIOS, Índice con base 100 en 1990), el paro registrado (PARO, tasa porcentual) y la estacionalidad, recogida mediante las variables cualitativas JULIO y AGOSTO, respectivamente.

Dependent Variable: TRAFICO		Method: Least Squares		
Sample (adjusted): 1990M02 2002M12				
Included observations: 155 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3760.339	1268.776	2.963754	0.0035
PRECIOS	60.91935	7.930966		
PARO	-0.062814	0.010128	-6.202299	0.0000
JULIO	2499.425	218.0926	11.46038	0.0000
AGOSTO	3854.978	218.1143	17.67412	0.0000
R-squared	0.842461	Mean dependent var	5410.038	
Adjusted R-squared		S.D. dependent var	1864.422	
S.E. of regression	749.7495	Akaike info criterion	16.10888	
Sum squared resid	84880776	Schwarz criterion	16.20662	
Log likelihood	-1251.493	F-statistic	201.8725	
Durbin-Watson stat	1.361921	Prob(F-statistic)	0.000000	

- a) Completar la salida anterior
- b) Interpretar los coeficientes estimados
- c) Analizar el estadístico Durbin-Watson estudiando la presencia de autocorrelación.
- d) Interpretar la salida obtenida al realizar el test LR sobre la variable PRECIOS:

Redundant Variables: PRECIOS

F-statistic	54.93193	Prob. F(1,150)	0.000000
Log likelihood ratio	48.36660	Prob. Chi-Square(1)	0.000000

4) Una oficina de turismo ha analizado la evolución del número de viajeros (Y, en miles) en función de los precios (X_1 , Índice de Precios de Consumo) y del crecimiento económico (X_2 , tasa de variación del PIB en %). Analizados los últimos 21 años se han obtenido los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 12,35 & -0,138 & 0,34 \\ -0,138 & 0,00158 & -0,00417 \\ 0,34 & -0,00417 & 0,014 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1048 \\ 115800 \\ 9412 \end{pmatrix} \quad y'y = 123120$$

- d) Estimar un modelo lineal para explicar la evolución de los viajeros, estudiando su capacidad explicativa
 - e) Llevar a cabo los contrastes de significación individual.
 - f) Si se espera que el IPC se sitúe en 105 y el PIB aumente un 3% ¿Cuál será el número previsto de viajeros?
 - g) Se sospecha que la campaña turística realizada a mediados del período puede haber cambiado las pautas de comportamiento de los viajeros. Describir el procedimiento para contrastar la estabilidad estructural.
- 5) Se ha propuesto el siguiente modelo de ecuaciones simultáneas para representar el mercado inmobiliario regional:

$$Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 R_t + u_{1t}$$

$$Q_t^O = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 C_t + u_{2t}$$

$$Q_t^D = Q_t^O$$

donde Q^O , Q^D , P, R y C representan respectivamente las cantidades ofertada y demandada de viviendas, los precios, la renta disponible y el Coste de los materiales.

- a) Estudiar la identificabilidad del modelo, justificando si podría estimarse por Mínimos Cuadrados Indirectos
- b) Describir cómo se llevaría a cabo la estimación del modelo por Mínimos Cuadrados Bietápicos
- c) Se ha estimado la demanda regional de viviendas (Q, en miles de unidades) a partir de su precio (P, en euros/m²) y de la renta (R, en millones de euros), obteniendo el siguiente resultado a partir de una muestra de 25 años:

$$\hat{Q}_t = 117,61 - 2,92P_t + 10,2R_t \quad R^2 = 0,64$$

(33,5) (0,78) (2,5)

Si se decide mantener en el modelo únicamente las variables que sean significativas al 1% ¿Debería realizarse algún cambio en la especificación propuesta?

TIEMPO TOTAL: 2 horas, 30 minutos

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2	2,5	2

- 6) Dado un modelo econométrico $y = X\beta + u$
- b) Enunciar las hipótesis de trabajo sobre la perturbación aleatoria.
 - c) Sabiendo que bajo dichos supuestos se obtienen los estimadores mínimo cuadrados $\hat{\beta}^{MCO} = (X'X)^{-1} X'y$, deducir la matriz de varianzas-covarianzas de estos estimadores.
 - d) Si se han excluido del modelo variables explicativas relevantes, justificar cómo se verían afectados los estimadores y su matriz de varianzas-covarianzas.
- 7) Al estudiar la evolución del consumo de carne de los hogares durante los últimos 30 años se han estimado los modelos siguientes utilizando como variable explicativa el precio:

Período muestral	Modelo estimado	$\hat{u}'\hat{u}$
1974-2003	$\hat{C}_t = 16,42 + 3,69P_t$	18,36
1974-1991	$\hat{C}_t = 15,13 + 6,09P_t$	13,47
1992-2003	$\hat{C}_t = 16,05 + 3,85P_t$	0,78

Llevar a cabo el test de Chow, justificando cuál debe ser la conclusión.

- 8) Se ha estimado un modelo lineal para explicar la cantidad real de dinero en circulación en una economía (DINERO, millones \$) en función del Producto Interior Bruto (PIB, millones \$) y el tipo de interés de las letras del tesoro (INTERÉS, en %) obteniéndose el siguiente resultado.

Dependent Variable: DINERO				
Method: Least Squares			Sample: 1959 1996	
Included observations: 38				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.329586	0.205437	11.33968	0.0000
PIB	0.557290	0.026383		0.0000
INTERÉS	-0.203154	0.021005	-9.671867	
R-squared	0.927291	Mean dependent var		6.628638
Adjusted R-squared	0.923137	S.D. dependent var		0.172887
S.E. of regression		Akaike info criterion		-3.162421
Sum squared resid	0.080411	Schwarz criterion		-3.033138
Log likelihood	63.08600	F-statistic		223.1866
Durbin-Watson stat	0.727502	Prob(F-statistic)		0.000000

- a) Completar la salida del programa EvIEWS e interpretar las estimaciones de los parámetros.
- b) Analizar el estadístico de Durbin-Watson y estimar el nivel de correlación existente.
- c) Al aplicar el test de White sobre el modelo anterior se ha obtenido

White Heteroskedasticity Test:

F-statistic	2.010707	Probability	0.115811
Obs*R-squared	7.446549	Probability	0.114089

¿Cuál es la hipótesis nula planteada en este caso? Indicar cómo se ha obtenido el resultado anterior y justificar cuál debe ser la conclusión del contraste.

4) Un observatorio regional de medio ambiente desea estudiar la emisión anual de gases contaminantes por parte de la industria de la zona (en miles de Tm.) en función de las inversiones en nuevas tecnologías (X_1 , en millones de euros) y la producción industrial (X_2 , en millones de euros). Analizados los últimos 48 años se han obtenido los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0157 & -0,2495 & 0,0255 \\ -0,2495 & 0,0175 & 0,0015 \\ 0,0255 & 0,0015 & 0,001 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1105 \\ 4800 \\ 25400 \end{pmatrix} \quad y'y = 252050$$

- h) Estimar un modelo lineal para explicar Y en función de X_1 y X_2 , estudiando su bondad.
- i) Llevar a cabo los contrastes de significación individual.
- j) Un informe medioambiental publicado recientemente afirma que el efecto marginal sobre la emisión de gases de las inversiones en nuevas tecnologías es exactamente opuesto al de la producción industrial. Sabiendo que la estimación restringida a este supuesto proporciona $\hat{u}^* \hat{u}^* = 40520$ ¿es admisible la hipótesis?
- k) Indicar cómo podría incorporarse en el modelo la aplicación efectiva del protocolo de Kyoto que limitaría la emisión de gases contaminantes en los próximos años.

5) El mercado de pasajes de avión de cierto país puede ser representado a través del siguiente modelo de ecuaciones simultáneas:

$$Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 G_t + u_{1t}$$

$$Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 N_t + u_{2t}$$

$$Q_t^D = Q_t^S$$

donde Q^D , Q^S , P , G y N representan respectivamente la cantidad demandada y ofertada de pasajes, su precio medio, los gastos promocionales realizados por las compañías aéreas y el nº de líneas aéreas abiertas.

- a) Analizar si es posible una estimación del sistema por Mínimos Cuadrados Indirectos.
- b) Si se opta por la estimación bietápica, justificar cuáles deberían ser las variables instrumentales y qué relación guardarían los estimadores con los del apartado anterior.
- c) Una compañía aérea propone un modelo lineal simple para explicar las ventas mensuales de billetes (Q , en miles de billetes vendidos) en función del precio mensual medio del billete (P , en euros). Recogida la información correspondiente a los últimos 24 meses, se ha obtenido la siguiente información:

$$\sum_t Q_t = 1051 \quad \sum_t Q_t^2 = 97703 \quad \sum_t P_t Q_t = 6190,2$$

$$\sum_t P_t = 104,1 \quad \sum_t P_t^2 = 508,51$$

Estimar un modelo lineal para explicar la demanda de pasajes, analizando su fiabilidad e interpretando los coeficientes estimados.

TIEMPO TOTAL: 2 horas, 30 minutos

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2	2,5	2

Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Oviedo. Licenciatura en Economía
ECONOMETRÍA-
 Convocatoria de Febrero (3/2/2004)

- 9) Sobre un modelo econométrico $y = X\beta + u$ con $E(uu') = \sigma^2 \Omega$ se ha decidido llevar a cabo una estimación de β por mínimos cuadrados ordinarios (MCO)
- b) Comprobar si los estimadores utilizados son insesgados para estimar β
 - c) Deducir la expresión de la Matriz de Varianzas-covarianzas de los estimadores
 - d) Justificar cómo debería transformarse el modelo inicial si se asume:

$$E(uu') = \sigma^2 \begin{pmatrix} X_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & X_n^2 \end{pmatrix}$$

- 2) Se han estimado los siguientes modelos a partir de una muestra de 50 datos:

Mínimos Cuadrados Ordinarios	$\hat{Y} = -4,85 + 1,53X_1 + 1,04X_2$	$\hat{u}'\hat{u} = 10008$
Mínimos Cuadrados Restringidos	$\hat{Y} = 52,59 + 0,52(X_1 + 2X_2)$	$\hat{u}_R'\hat{u}_R = 10390$

Describir cómo se llevará a cabo en este caso el test de Wald: hipótesis, desarrollo y conclusión.

- 3) Sobre una muestra de 58 países se ha estimado un modelo para la proporción de población universitaria (UNIVERSITARIOS, en %) en función de la tasa de paro (PARO, en %), la renta *per cápita* (RENTA, en miles de euros) y la variable UE, con valor unitario para países de la UE:

Dependent Variable: UNIVERSITARIOS Sample: 1 58			Method: Least Squares Included observations: 58	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.443631	2.931651	-0.492429	0.6244
PARO	2.740527	0.891148	3.075279	0.0033
UE	11.08364	3.293998	3.364798	0.0014
PARO*UE	-3.245516	1.024030	-3.169356	0.0025
RENTA*UE	0.120867	0.014169	8.530402	0.0000
R-squared	0.763164	Mean dependent var		10.12534
Adjusted R-squared	0.745290	S.D. dependent var		2.246511
S.E. of regression		Akaike info criterion		3.171268
Sum squared resid	68.13015	Schwarz criterion		3.348892
Log likelihood	-86.96677	F-statistic		
Durbin-Watson stat	2.289925	Prob(F-statistic)		0.000000

- a) ¿Se puede afirmar que la pertenencia a la UE afecta a la tasa de universitarios? ¿Cómo?
- b) Calcular razonadamente el error estándar de la regresión.
- c) Obtener el valor del estadístico F de Snedecor interpretando su resultado.
- d) ¿Cuál será la proporción de universitarios prevista para un país de la UE con tasa de paro del 5% y renta *per cápita* de 20.000 euros?

4) El propietario de la marisquería de cierta localidad desea estudiar los ingresos mensuales (en miles de euros) en función del número de turistas que visitan la localidad mensualmente (X_1 , en miles de personas) y del precio mensual medio del marisco en la rula (X_2 , en decenas de euros). Seleccionado el período 2000-2003 se han obtenido los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 4,576 & -0,887 & 0,903 \\ -0,887 & 0,18 & -0,173 \\ 0,903 & -0,173 & 0,15 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 2750 \\ 46400 \\ 29005 \end{pmatrix} \quad y'y = 453145$$

- l) Estimar en un modelo lineal para los ingresos mensuales, interpretando los coeficientes.
- m) Analizar la bondad del modelo y llevar a cabo los test de significación individual.
- n) Indicar cómo podría incorporarse la estacionalidad al modelo anterior.
- o) Aplicado el test de Durbin-Watson, se ha obtenido un estadístico $d_{DW}^* = 0,65$. Indicar cómo ha sido obtenido dicho valor y cuál debe ser la conclusión del contraste.
- p) En enero de 2001, el propietario ha llevado a cabo reformas que mejoran las instalaciones del local. Describir cómo podría analizarse si estos cambios han afectado al modelo.

5) Se ha estimado la demanda regional de viviendas (Q , en miles de unidades) a partir de su precio (P , en euros/m²) y de la renta (R , en millones de euros), obteniendo el siguiente resultado a partir de una muestra de 25 años:

$$\hat{D}_t = 117,61 - 2,92 P_t + 10,2R_t \quad R^2 = 0,64$$

(33,5) (0,78) (2,5)

- a) Se ha aplicado el test LR sobre la renta, obteniéndose un nivel crítico $p=0,004$. Describir brevemente cómo ha sido realizado el contraste y cuál debe ser la conclusión.
- b) Se completa la especificación proponiendo el siguiente modelo de demanda-oferta en el que interviene también la superficie disponible (S , en miles de m²):

$$Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 R_t + u_{1t}$$

$$Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 P_t + \alpha_2 S_t + u_{2t}$$

Si dicho sistema se estimase mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios ¿Coincidiría la demanda estimada con la del modelo uniecuacional?

- c) Analizar si el modelo podría estimarse mediante mínimos cuadrados en dos etapas justificando, en caso afirmativo, cuáles serían las variables instrumentales.

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2	2,5	2

Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Oviedo. Licenciatura en Economía
ECONOMETRÍA
 Convocatoria de Febrero (29/1/2003)

- 1) a) Dado un modelo econométrico $y = X\beta + u$ enunciar las hipótesis básicas sobre la perturbación aleatoria, los regresores y los parámetros.
- b) Describir brevemente el contraste de significación global (hipótesis nula, desarrollo y conclusión), comprobando la relación existente entre el estadístico F y el coeficiente de determinación.

- 2) Se han estimado los siguientes modelos libre y restringido para la variable endógena Y a partir de una muestra de 23 datos:

$$\hat{Y} = 10,532 - 1,021X_1 + 0,238X_2$$

$$\hat{u}'\hat{u} = 178,65$$

$$\hat{Y} = 16,425 - 0,821(X_1 - X_2)$$

$$\hat{u}^{*'}\hat{u}^* = 1875,43$$

A la vista de los resultados obtenidos, indicar cómo se interpreta la restricción impuesta al modelo y llevar a cabo el test de Wald, justificando cuál debería ser la conclusión.

- 3) Sobre una muestra de 50 clientes de un cibercafé se han estudiado los gastos (en euros), estimando un modelo explicativo para los mismos en función del tiempo de conexión (en minutos) y del número de consumiciones realizadas:

Dependent Variable: GASTO

Method: Least Squares

Sample: 1 50

Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.140616	0.544320	0.258333	0.7973
TIEMPO	0.211055	0.010229	20.63350	0.0000
CONSUMICION	1.048334	0.528273	1.984457	0.0531
R-squared	0.906702	Mean dependent var		6.185154
Adjusted R-squared		S.D. dependent var		3.211361
S.E. of regression		Akaike info criterion		2.899105
Sum squared resid	47.14606	Schwarz criterion		3.013826
Log likelihood	-69.47761	F-statistic		228.3817
Durbin-Watson stat	2.071121	Prob(F-statistic)		0.000000

- e) ¿Cómo se interpretan los parámetros estimados?
- f) Completar razonadamente la salida de Eviews.
- g) Comentar el resultado del estadístico Durbin-Watson obtenido en este caso.
- h) Si durante el próximo mes un joven decide acudir diariamente al cibercafé durante media hora consumiendo un refresco cada día, ¿Cuál es su previsión de gasto mensual?

4) Una empresa inmobiliaria desea estimar sus ventas mensuales (Y, en miles de euros) a partir del precio medio de venta (X_1 , en miles de euros) y de las comisiones cobradas a sus clientes (X_2 , en cientos de euros). Analizado el período 1998:01-2002:10, se han obtenido los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 457,662 & -8,87 & -9,034 \\ -8,87 & 0,173 & 0,173 \\ -9,034 & 0,173 & 0,18 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 220,2 \\ 7995,67 \\ 2986,4 \end{pmatrix} \quad y'y = 3331,5$$

- Estimar un modelo lineal para explicar Y en función de X_1 y X_2 , analizando su bondad.
- Justificar cuál debe ser la conclusión del test de White sabiendo que sobre el modelo estimado se ha obtenido la regresión auxiliar:

$$\hat{u}^2 = 2,31 + 0,84X_1 - 0,32X_2 + 1,2X_1^2 + 3,05X_2^2 - 1,74X_1X_2 \quad R^2 = 0,25$$

- El responsable de la inmobiliaria sospecha que en junio de 2000 se han producido ciertos cambios legales en el sector inmobiliario que han tenido un importante impacto sobre las ventas. Indicar cómo podría contrastarse dicho supuesto.
- Si el resultado del contraste anterior confirmase las sospechas planteadas ¿cómo afectaría esta conclusión al modelo de ventas inmobiliarias propuesto?

5) El mercado de motocicletas de cierta ciudad puede ser representado mediante el siguiente modelo de ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned} Q_t^D &= \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 R_t + u_{1t} \\ Q_t^S &= \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 C_t + u_{2t} \\ Q_t^D &= Q_t^S \end{aligned}$$

donde Q^D y Q^S representan la cantidad demandada y ofertada de motocicletas, P su precio, R la renta disponible y C el tipo de cambio.

- Analizar la identificabilidad del sistema.
- Describir cómo se llevaría a cabo en este caso la estimación por Mínimos Cuadrados en dos etapas (MC2E). ¿Coincidiría el resultado de este procedimiento con el de MCI?
- Se propone un modelo lineal simple para explicar la demanda de motocicletas (Q, en decenas) en función de la renta disponible (R, en cientos de miles de euros). Analizados los últimos 22 años, se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \sum_t Q_t &= 737,31 & \sum_t Q_t^2 &= 43516,72 & \sum_t R_t Q_t &= 18017,44 \\ \sum_t R_t &= 480 & \sum_t R_t^2 &= 10696 \end{aligned}$$

Estimar el modelo propuesto y analizar su bondad. Si la inclusión del precio como explicativa incrementa la bondad del modelo hasta un 98,5%, obtener e interpretar el coeficiente de determinación parcial asociado a esta variable.

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1	2	2,5	2,5

Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Oviedo. Licenciatura en Economía
ECONOMETRÍA
 Convocatoria de Febrero (30/1/2002)

- 1) Se ha especificado un modelo lineal $y = X\beta + u$, con $u \sim N(0, \sigma^2 I)$, llevando a cabo su estimación por mínimos cuadrados ordinarios.
- a) Comprobar que los estimadores mínimo cuadráticos son insesgados para estimar el vector β
- b) Justificar si se vería afectado el resultado anterior en el caso de que $E(uu') = \sigma^2 \Omega$
- c) Sobre el modelo inicial se ha formulado la hipótesis

$$H_0 : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Indicar cuál sería la expresión del modelo restringido y cómo se llevaría a cabo el contraste propuesto.

- 2) Describir brevemente el contraste propuesto por Durbin y Watson: hipótesis nula, expresión de la discrepancia y conclusión del test.
- 3) En cierta televisión local se pretende analizar los ingresos mensuales de la cadena (en miles de euros) en función de la audiencia mensual media (en miles de personas) y del tiempo destinado a publicidad (en cientos de minutos). A partir de la información disponible se ha estimado el siguiente modelo:

Dependent Variable: INGRESOS

Method: Least Squares

Sample: 1998:05 2001:06

Included observations: 38

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.475289	1.945367	3.328569	0.0021
AUDIENCIA	0.021348	0.006216		0.0015
PUBLICIDAD	0.341225		3.452046	0.0015
R-squared	0.788879	Mean dependent var		2.358421
Adjusted R-squared		S.D. dependent var		0.255507
S.E. of regression		Akaike info criterion		-1.315230
Sum squared resid	0.509964	Schwarz criterion		-1.185947
Log likelihood	27.98938	F-statistic		65.39090
Durbin-Watson stat	0.534041	Prob(F-statistic)		0.000000

- i) Completar la salida del programa EViews.
- j) La aplicación del test de Jarque-Bera sobre los residuos proporciona una discrepancia de 0,32. ¿Cuál es la conclusión de dicho contraste?
- k) Si en febrero de 2002 se espera una audiencia media de 3000 personas y un tiempo destinado a publicidad de 480 minutos, realizar una predicción para los ingresos de esta cadena en dicho mes.

- 4) El gerente de cierta empresa textil propone un modelo para explicar los ingresos anuales por prendas vendidas (Y , en miles de euros) en función del precio anual medio de las prendas (X_1 , en euros) y del gasto realizado en la obtención de fibras textiles (X_2 , en euros). Para ello, dispone de la siguiente información correspondiente al período 1982-2001:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 915,6098 & -17,7414 & -18,069 \\ -17,7414 & 0,345 & 0,3475 \\ -18,069 & 0,3475 & 0,362 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 2151 \\ 80506,8 \\ 29953 \end{pmatrix} \quad y'y = 233145$$

- Estimar un modelo lineal que explique los ingresos obtenidos por la empresa en función del precio medio de las prendas y del gasto efectuado en la obtención de fibras, analizando su bondad.
 - Llevar a cabo los contrastes de significación individuales y global.
 - Se ha aplicado el test de White sobre el modelo anterior, obteniendo en la regresión de los residuos cuadráticos un coeficiente de determinación de 0,17. Indicar cómo debe ser interpretado este resultado y cuál debe ser la conclusión del contraste.
 - El director comercial sospecha que la reestructuración sufrida por la empresa en 1991 ha afectado a la evolución de los ingresos. Sabiendo que el test de Chow ha proporcionado una discrepancia de 134,05 ¿Cuál debe ser la conclusión?
- 5) Se ha propuesto el siguiente modelo de ecuaciones simultáneas para representar el mercado de teléfonos móviles:

$$Q_i^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_i + \alpha_2 G_i + u_{1i}$$

$$Q_i^O = \beta_0 + \beta_1 P_i + u_{2i}$$

donde Q^O , Q^D , P y G representan respectivamente las cantidades ofertada y demandada, los precios y el gasto que se ofrece en llamadas de forma gratuita con la compra del teléfono.

- Estudiar la identificabilidad del modelo, justificando si podría llevarse a cabo su estimación por Mínimos Cuadrados Indirectos.
- ¿Cambiaría la situación si se incluyese la variable puntos de venta (V) en la ecuación de oferta?
- Se ha estimado un modelo simple para la oferta de teléfonos móviles (Q , en miles de unidades) en función de su precio medio (P , en euros). A partir de una muestra de 22 observaciones se ha obtenido:

$$\hat{Q}_i = 63,84 + 0,08P_i \quad \hat{\rho} = 0,91$$

(0,7) (0,008)

Obtener e interpretar el coeficiente de determinación.

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1,5	2	2,5	2

ECONOMETRÍA

Convocatoria de Febrero (30/1/2001)

- 1) Dado un modelo lineal $y = X\beta + u$, con $E(uu') = \sigma^2 \Omega$.
 - a) Deducir la expresión de los estimadores por Mínimos Cuadrados Generalizados $\hat{\beta}^{MCG}$.
 - b) Comprobar si esta expresión es insesgada para estimar β .

- 2) A partir de la información proporcionada por una serie temporal de 40 años se ha estimado un modelo lineal para explicar el Consumo (C_t) en función de la Renta disponible (R_t), obteniéndose los siguientes resultados:

$$\hat{C}_t = 142,8 + 0,62 R_t \quad \hat{\rho} = 0,7$$

(45,1) (0,4)

 - a) Obtener el valor del coeficiente de determinación del modelo y su estadístico Durbin-Watson, interpretando los resultados.
 - b) Justificar qué cambios resultan aconsejables en el modelo a partir de la estimación realizada.

- 3) El empleo del sector industrial en una región (EMPLEO, miles de personas) se ha estimado a partir de su índice de producción industrial regional (IPIR, base 100 en 1998) y de una variable asociada a la estacionalidad del tercer trimestre (variable *dummy* TRIM2):

Dependent Variable: EMPLEO				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1990:2 2000:4				
Included observations: 43				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-12.52088	10.86103	-1.152826	0.2558
IPIR	0.039869	0.003719		
TRIM3	-0.244391	0.062157	-3.931833	0.0003
R-squared	0.747883	Mean dependent var		69.11163
Adjusted R-squared	0.735277	S.D. dependent var		8.260699
S.E. of regression	4.250230	Akaike info criterion		5.799038
Sum squared resid	722.5782	Schwarz criterion		5.921912
Log likelihood	-121.6793	F-statistic		59.32827
Durbin-Watson stat	0.823368	Prob(F-statistic)		0.000000

- a) Interpretar los coeficientes estimados y los resultados de significación individual
- b) Si para el primer trimestre del año 2001 se espera un Índice de Producción Industrial Regional de 106 ¿Cuál sería la predicción de empleo industrial?
- c) Justificar cómo ha sido obtenido el error estándar de la regresión

4) El encargado de cierto supermercado pretende modelizar las ventas anuales de carne (Y, en millones de pts.) en función de su precio anual medio (X_1 , en cientos de pts./Kg.) y del precio medio del pescado (X_2 , en cientos de pts./Kg.). Para ello, dispone de la siguiente información correspondiente al período 1981-2000:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 269,85012 & -17,13677 & -16,61765 \\ -17,13677 & 1,11832 & 1,040097 \\ -16,61765 & 1,040097 & 1,031465 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 836 \\ 4501,35 \\ 8933,45 \end{pmatrix} \quad y'y = 35299$$

- Estimar un modelo lineal que explique las ventas de carne en función de su precio medio y del precio medio del pescado, analizando su bondad.
- La aplicación del test de White sobre el modelo anterior ha proporcionado un valor de 6,99 para la discrepancia chi-cuadrado. Indicar cómo ha sido obtenido dicho valor y cuál debe ser la conclusión del contraste.
- El encargado afirma que los efectos marginales sobre las ventas de carne de los dos precios considerados son exactamente opuestos. Sabiendo que bajo ese supuesto se ha obtenido $\hat{u}^* \hat{u}^* = 80,45$, justificar si su hipótesis es admisible.
- Dada la actual situación del sector cárnico ¿cómo podríamos contrastar la validez del modelo estimado una vez que tengamos información para años futuros?.

4) El mercado de cítricos en cierta región puede ser representado mediante el siguiente modelo de ecuaciones simultáneas:

$$Q_i^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_i + u_{1i}$$

$$Q_i^O = \beta_0 + \beta_1 P_i + \beta_2 S_i + u_{2i}$$

donde Q^D , Q^O , P y S representan respectivamente las cantidades demandada y ofertada, el precio y la superficie de cultivo.

- Analizar la identificabilidad de este sistema. ¿Podrían aplicarse MCI?
- ¿Cambiaría en algo la respuesta anterior si se introduce una nueva variable (R, renta disponible) en la ecuación de demanda?
- Finalmente, el gabinete propone un modelo simple para explicar la cantidad demandada de naranjas (Y, en Tm) en función del precio de las mismas (P, en pts./Kg.). En una muestra de 25 explotaciones se han obtenido los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \sum_i Y_i &= 744,75 & \sum_i Y_i^2 &= 23005,8 & \sum_i X_i Y_i &= 65814,6 \\ \sum_i X_i &= 2237,7 & \sum_i X_i^2 &= 201169,4 \end{aligned}$$

Estimar una función lineal de demanda y contrastar la validez del modelo. ¿Cómo se verían afectados los parámetros si el precio viniese expresado en euros (1 euro=166,386 pts.)?

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	1,5	1,5	2,5	2,5	2

ECONOMETRÍA

Convocatoria de Febrero (31/1/2000)

5) Dado un modelo lineal $y = X\beta + u$, con $E(uu') = \sigma^2 \Omega$ sobre el que se ha llevado a cabo una estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios.

a) Comprobar si los estimadores $\hat{\beta}^{MCO}$ son sesgados.

b) Obtener la expresión de la matriz de varianzas y covarianzas de $\hat{\beta}^{MCO}$.

2) Se propone un modelo lineal para explicar los beneficios de una inmobiliaria en función de sus contratos de ventas (X_2) y sus contratos de arrendamiento (X_3): $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$.

a) Describir brevemente el procedimiento para contrastar la hipótesis:

$$H_0 : \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Si nuestra información muestral conduce a una discrepancia con nivel crítico $p=0,021$ ¿Deberíamos modificar el modelo inicial en algún sentido?

3) Se ha estimado un modelo para la producción láctea (LECHE, miles de litros) en función de la cabaña ganadera (VACAS, número de cabezas) y las variables estacionales TRIM2 y TRIM3:

Dependent Variable: LECHE				
Method: Least Squares		Sample(adjusted): 1977:2 1999:3		
Included observations: 90 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1370.194	26.83575	51.05852	0.0000
VACAS	3.506918	0.341436	10.27107	0.0000
TRIM2	324.8506		14.71082	0.0000
TRIM3	237.8793	22.08310	10.77201	0.0000
R-squared	0.807712	Mean dependent var		1756.230
Adjusted R-squared	0.801004	S.D. dependent var		192.3863
S.E. of regression		Akaike info criterion		11.78584
Sum squared resid	633418.3	Schwarz criterion		11.89695
Log likelihood	-526.3629	F-statistic		
Durbin-Watson stat	0.747268	Prob(F-statistic)		0.000000

a) Completar razonadamente la salida anterior

b) A la vista de los resultados, estimar el nivel de correlación existente.

c) Si en el primer trimestre del año 2000 se estima una cabaña de 118 vacas ¿Cuál sería la predicción para la producción láctea?

4) Sobre una muestra de 30 entidades bancarias se ha recopilado información relativa al gasto anual en equipamiento informático (Y, miles de euros), la plantilla (X_1 , número de trabajadores) y el volumen de operaciones (X_2 , millones de euros):

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,3298 & 0,0107 & -0,3114 \\ 0,0107 & 0,0016 & -0,0049 \\ -0,3114 & -0,0049 & 0,0792 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1216,06 \\ 11247,3 \\ 5629,7 \end{pmatrix} \quad y'y = 92148,64$$

- a)** Estimar un modelo lineal para los gastos en equipamiento, analizando su bondad.
- b)** La aplicación del test de White sobre el modelo anterior ha proporcionado una discrepancia chi-cuadrado de 16,7 con nivel crítico $p=0,005$. Indicar cómo ha sido obtenido este resultado y cuál debe ser la conclusión del contraste.
- c)** Si se asume $\sigma_i^2 = \sigma^2 X_{ii}^2$, justificar cómo podríamos mejorar la estimación del modelo propuesto para el gasto en equipamiento informático.

5) Se propone el siguiente modelo de determinación simultánea de salarios (W) y empleo (N):

$$\begin{aligned} W_t &= \alpha_0 + \alpha_1 N_t + \alpha_2 P_t + u_{1t} \\ N_t &= \beta_0 + \beta_1 W_t + u_{2t} \end{aligned}$$

- a)** Expresar el modelo en forma reducida, analizando su identificabilidad.
- b)** La estimación del empleo a partir de una muestra de 12 años conduce al resultado:

$$\hat{N}_t = 117,61 - 23,92 W_t \quad R^2 = 0,533$$

(33,5) (7,08)

Llevar a cabo los contrastes de significación t y F comentando los resultados.

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	1,5	1,5	2,5	2,5	2

ECONOMETRÍA

Convocatoria de Febrero (29/1/1999)

- 1) Dado un modelo lineal $y = X\beta + u$, describir brevemente el método para contrastar restricciones lineales sobre sus parámetros: enunciado de la hipótesis nula, discrepancias asociadas al contraste y conclusiones del mismo.
- 2) Definir el coeficiente de determinación ajustado y comprobar que se cumple $\bar{R}^2 < R^2$.
- 3) Con el programa *Econometric Views* se ha estimado un modelo para el consumo de los hogares (CONSUMO, en miles de pesetas), en función de la renta familiar disponible (RFD, en miles de pesetas) y de los precios de consumo (IPC, base 100 en 1992):

Dependent Variable: CONSUMO				
Method: Least Squares			Sample(adjusted): 1970 1997	
Included observations: 28 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-31.72585	3.697245	-8.580944	0.0000
RENTA	0.880716	0.115839	7.602945	
IPC	-0.010421		-0.034591	0.9727
R-squared	0.990214	Mean dependent var		117.9393
Adjusted R-squared	0.989431	S.D. dependent var		88.72596
S.E. of regression	9.121367	Akaike info criterion		7.360073
Sum squared resid	2079.983	Schwarz criterion		7.502810
Log likelihood	-100.0410	F-statistic		1264.866
Durbin-Watson stat	1.055316	Prob(F-statistic)		0.000000

- a) Completar la salida del programa interpretando los resultados de los tests básicos de significación.
- b) Analizar el estadístico Durbin-Watson ¿a qué conclusión conduciría?
- c) Al aplicar el test de White sobre el modelo anterior se ha obtenido el resultado:

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	6.606018	Probability	0.000678
Obs*R-squared	16.80612	Probability	0.004883

¿Cuál es la hipótesis nula planteada en este caso? Indicar cómo se ha llegado a la salida del test y justificar cuál debe ser la conclusión.

- d) Indicar cómo podríamos pasar a expresar las variables CONSUMO y RENTA en euros. ¿Cuál sería el efecto sobre el modelo estimado?

- 4) En una región mediterránea se ha modelizado la evolución mensual de la producción de aceite (Y, en miles de Tm) en función de las subvenciones concedidas a los productores (S, en millones de pesetas) y los precios de mercado (P, en pesetas/litro).

Una vez recopilada la información mensual de los últimos 9 años se ha obtenido:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 3,862 & -0,0103 & -0,0071 \\ -0,0103 & 0,0001 & 0,00001 \\ -0,0071 & 0,00001 & 0,00002 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 8906 \\ 580261 \\ 3986120 \end{pmatrix} \quad \mathbf{y}'\mathbf{y} = 93891877$$

- Estimar el modelo propuesto, analizando su bondad.
- ¿Cuál sería la producción prevista para el próximo mes, si se espera una subvención de 20 millones y un precio de mercado del aceite de 400 ptas/litro? Construir bandas de confianza al 95% para la producción esperada.
- Indicar cómo podríamos incorporar el factor estacional en el modelo para la producción de aceite.
- Se ha especificado también una ecuación de demanda de aceite en función del precio P y la renta R, proponiendo el siguiente modelo para explicar el equilibrio del mercado aceitero:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 R_t + u_{1t}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 S_t + \beta_2 P_t + u_{2t}$$

Estudiar la identificación y las posibilidades de estimación de dicho modelo.

- 5) Sobre una muestra de 20 sucursales bancarias se han estimado los gastos de seguridad (G_i , en millones de pesetas) en función del número de atracos cometidos durante el pasado año (A_i)

$$\hat{G}_i = 5,2 + 0,49 A_i \quad R^2 = 0,58$$

(5,5) (0,1)

- Llevar a cabo los contrastes de significación t y F comentando los resultados.
- Se ha observado que la dispersión de los gastos es inversamente proporcional al número de atracos. Justificar cómo afectará esta información al modelo propuesto.

TIEMPO: 2 horas 30 m

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	2	1	2,5	2,5	2

ECONOMETRÍA

Convocatoria de Febrero 3/2/98

- 5) Dado un modelo econométrico lineal $y = X\beta + u$ con $E(uu') = \sigma^2 \Omega$
- a) Deducir la expresión de los estimadores por Mínimos Cuadrados Generalizados
 - b) Obtener la esperanza y la matriz de varianzas-covarianzas de dichos estimadores
- 6) En una investigación sobre la inversión de cierto país se ha propuesto un modelo econométrico cuya estimación con el programa Eviews proporciona los siguientes resultados:

LS // Dependent Variable is INVERSION				
Sample: 1978 1992			Included observations: 15	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.764652	22.17750	0.259932	0.7993
PNB	0.156507	0.022351	7.002152	0.0000
INTERES	-0.460642	5.866656		
R-squared	0.946390		Mean dependent var	276.0067
Adjusted R-squared	0.937455		S.D. dependent var	117.5827
S.E. of regression	29.40632		Akaike info criterion	6.939276
Sum squared resid	10376.78		Schwarz criterion	7.080886
Log likelihood	-70.32865		F-statistic	
Durbin-Watson stat	1.277980		Prob(F-statistic)	0.000000

- a) Completar los resultados de la salida anterior. Estudiando si existe contradicción entre los contrastes de significación individual y global.
- b) Se desea contrastar el supuesto de propensión marginal a invertir unitaria, obteniéndose para el modelo restringido $\hat{u}^* \hat{u}^* = 1241897$. A la vista de estos resultados ¿Cuál debe ser la conclusión?
- c) Se ha propuesto un modelo AR(1) para las perturbaciones, estimándose $\hat{\rho} = -0,3$. Justificar si este resultado sería coherente con la información anterior.
- d) Indicar cómo podría contrastarse si el cambio político que se ha producido en 1988 ha afectado al comportamiento de la inversión en ese país.

- 3) Una empresa automovilística ha investigado sus ventas anuales (Y, en miles de vehículos) en diez regiones, proponiendo para dicha variable un modelo lineal que incluye como explicativas la población (X_1 , en cientos de miles de habitantes) y la renta *per capita* (X_2 , en millones de pesetas anuales).

La información muestral ha proporcionado los resultados siguientes:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0,1498 & -0,0034 & -0,0144 \\ -0,0034 & 0,0004 & -0,0010 \\ -0,0144 & -0,0010 & 0,0236 \end{pmatrix} \quad \mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 36,9 \\ 565,88 \\ 99,34 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{y}'\mathbf{y} = 237,95$ $\bar{Y} = 3,69$

- e) Estimar el modelo propuesto, analizando su bondad.
- f) Se ha efectuado el test de White con términos cruzados obteniéndose para la regresión auxiliar un coeficiente de determinación de 0,503. Justificar cuál debe ser la conclusión.
- g) Según el modelo anterior ¿Cuántos automóviles se venderían en una región con 500.000 habitantes y una renta *per cápita* de 800.000 pesetas anuales? Obtener bandas de confianza al 90% para las ventas esperadas.
- 4) Se ha analizado la evolución de la producción hidroeléctrica de cierto país (Y, en Kwh), el empleo sectorial (X_1 en miles de ocupados) y las precipitaciones registradas (X_2):

	Y	X_1	X_2
1990	40	10	10
1991	50	20	5
1992	50	30	10
1993	70	40	10
1994	65	50	20
1995	65	60	10
1996	80	70	20

- c) Estimar un modelo lineal que explique la producción en función del empleo. Obtener e interpretar el estadístico de Durbin y Watson.
- d) Analizar si sería preferible un modelo alternativo, para el que se ha obtenido:

$$\hat{Y}_t = 36,16 + 0,58X_{1t} + 0,05X_{2t} \quad R^2 = 0,84$$

(5,55) (3,37) (0,07)

- e) Indicar cómo se estimaría un modelo potencial y cómo se estudiaría su bondad.
- f) Analizar la identificabilidad del modelo siguiente, en el que se incluye la inversión I_t :

$$X_{1t} = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 I_t + u_{1t}$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{1t} + \beta_3 X_{2t} + u_{2t}$$

TIEMPO: 2 horas 30 m

Pregunta	1	2	3	4
Puntuación	2,25	2,5	3	2,25

ECONOMETRÍA

Convocatoria de Febrero 13/2/97

1) Dado el modelo lineal básico $y = X\beta + u$ y el correspondiente vector de estimadores mínimo cuadráticos $\hat{\beta}$:

a) Deducir la expresión de la matriz de varianzas-covarianzas de $\hat{\beta}$ en los siguientes supuestos:

$a_1) E(uu') = \sigma^2 I$

$a_2) E(uu') = \sigma^2 W$

b) Construir la expresión de la discrepancia F asociada al contraste de la hipótesis $H_0: \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$ y comprobar la conexión existente entre dicha expresión y el coeficiente de determinación R^2 .

2) Una institución cultural ha recopilado información sobre la afluencia de público a obras teatrales (PUBLICO, en número de asistentes semanales), el precio de la entrada (PRECIO, en pesetas) y el esfuerzo publicitario realizado (PUBLICIDAD, en millones de pesetas). A partir de una muestra de 35 obras teatrales de características similares se ha estimado -con ayuda del programa Eviews- el siguiente modelo lineal:

LS // Dependent Variable is PUBLICO				
Sample(adjusted): 1 35		Included observations: 35 after adjusting endpoints		
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	76268.30	2461.556	30.98377	0.0000
PRECIO	-27.77915	2.217463	-12.52744	0.0000
PUBLICIDAD	2475.791	2222.773	1.113830	0.2736
R-squared	0.927452	Mean dependent var		28542.86
Adjusted R-squared		S.D. dependent var		10322.29
S.E. of regression	2865.838	Akaike info criterion		16.00305
Sum squared resid	2.63E+08	Schwarz criterion		16.13636
Log likelihood	-326.7162	F-statistic		204.5451
Durbin-Watson stat	2.194643	Prob(F-statistic)		0.000000

a) Interpretar los coeficientes estimados con el programa Eviews, comentando su significación.

b) Completar la salida anterior calculando el valor del coeficiente de determinación ajustado.

c) Se han efectuado sobre el modelo anterior los contrastes de White y de Jarque-Bera obteniendo los resultados resumidos a continuación:

Test	Discrepancias observadas	Niveles críticos
White	F-statistic 4.77 Obs*R-squared 15.80	p=0.0026 p=0.0074
Jarque-Bera	d JARQUE-BERA 1.1689	p=0.5574

Comentar en cada caso cuál es la hipótesis nula del contraste, cómo han sido obtenidos las discrepancias y cuál debe ser la conclusión.

d) Si se considera que el hecho de que las obras hayan sido premiadas puede afectar al público ¿Cómo podría contemplarse en el modelo?

3) En el período 1976-1995 se ha analizado la evolución conjunta de la producción de cierto equipo electrónico (Y, en miles de unidades), su precio en el mercado (X_1 , en miles de dólares por unidad) y las importaciones de uno de sus inputs (X_2 , en miles de unidades), obteniéndose los siguientes resultados:

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 3,32 & -0,4987 & -0,051 \\ -0,4987 & 0,139 & 0,0034 \\ -0,051 & 0,0034 & 0,0011 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 1342 \\ 3560 \\ 51768 \end{pmatrix} \quad y'y = 90908$$

- Obtener la estimación mínimo cuadrática de los parámetros del modelo lineal que explica Y en función de X_1 y X_2 .
- A partir de la información disponible, efectuar los contrastes de significación individual y global.
- Justificar cuál sería en este caso la región de aceptación para el contraste de Durbin-Watson.
- Se estima que en 1996 el precio del producto ascenderá a 4000 dólares por unidad y se importarán 30000 unidades del input considerado en el modelo. Con esta información, construir un intervalo al 95% de confianza para la producción esperada en 1996.
- Un analista económico sospecha que los ajustes realizados en el sector en el año 1986 pueden haber afectado a la estructura del modelo. Indicar cómo podría contrastarse estadísticamente este supuesto.

4) Se ha propuesto el siguiente modelo temporal de ecuaciones simultáneas para representar el mercado lácteo:

$$Y_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + u_{1t}$$

$$Y_t^O = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 P_t + u_{2t}$$

donde Y^O , Y^D , P y X representan respectivamente las cantidades ofertada y demandada, los precios y el número de cabezas de ordeño.

- Estudiar la identificabilidad de este sistema. ¿Podría llevarse a cabo la estimación del modelo por MCI?
- ¿Cambiaría la situación si se eliminase la variable precio (P) de la ecuación de oferta?
- Finalmente se propone un modelo simple para explicar el volumen ofertado de leche (Y, en cientos de litros) en función del número de vacas (X, número de cabezas para ordeño) y en una muestra de 24 explotaciones ganaderas se obtienen los resultados:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{24} Y_i &= 16221 & \sum_{i=1}^{24} X_i &= 240 & \sum_{i=1}^{24} X_i^2 &= 2674 \\ \sum_{i=1}^{24} Y_i^2 &= 18158095 & \sum_{i=1}^{24} Y_i X_i &= 198192 \end{aligned}$$

Con esta información, estimar la función lineal de oferta y estudiar la bondad del modelo. ¿Cómo se verían afectados los parámetros si el volumen de leche se expresase en miles de litros?

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4
Puntuación	2,25	2,5	3	2,25

ECONOMETRÍA

CONVOCATORIA DE JUNIO. 10/7/96

- 1) Dado el modelo lineal básico $y = X\beta + u$, con $u \sim N(0, \sigma^2 I)$ deducir las expresiones de los estimadores máximo verosímiles de β y σ^2 y comentar su relación con los correspondientes estimadores mínimo cuadráticos.
- 2) Un organismo ha recopilado información sobre 40 regiones europeas, estimando el siguiente modelo econométrico que explica el gasto en floristerías (GASTO, en millones de unidades monetarias) en función de su precio medio (PRECIO, en unidades monetarias) y de la renta regional (RENTA, en millones de u.m.)

LS // Dependent Variable is GASTO				
Sample: 1 40		Included observations: 40		
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	264.3560	36.52519	7.237635	0.0000
PRECIO	-0.549646	0.148988	-3.689195	0.0007
RENTA	0.001465	0.007113	0.205966	0.8379
R-squared	0.272442	Mean dependent var		178.1500
Adjusted R-squared	0.233114	S.D. dependent var		74.59241
S.E. of regression	65.32208	Akaike info criterion		8.430699
Sum squared resid	157878.0	Schwarz criterion		8.557365
Log likelihood	-222.3715	F-statistic		6.927515
Durbin-Watson stat	1.838801	Prob(F-statistic)		0.002783

- a) Interpretar los coeficientes estimados con el programa Eviews, comentando su significatividad.
- b) ¿Puede admitirse en este modelo el supuesto de no autocorrelación de perturbaciones? ¿Por qué?
- c) Un responsable del organismo afirma que al estimar el modelo simple de los gastos respecto al precio se había obtenido un coeficiente de determinación ajustado del 25,3%. Justificar cómo debe ser interpretado este resultado.
- 3) Describir en qué consiste la “trampa de las variables ficticias” y cuál es el método para evitarla.

4) En 24 explotaciones ganaderas se ha analizado el volumen de leche recogida trimestralmente (Y, en cientos de litros) y el número de vacas (X, número de cabezas para ordeño), obteniendo los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{24} Y_i &= 16221 & \sum_{i=1}^{24} X_i &= 240 & \sum_{i=1}^{24} X_i^2 &= 2674 \\ \sum_{i=1}^{24} Y_i^2 &= 18158095 & \sum_{i=1}^{24} Y_i X_i &= 198192\end{aligned}$$

- Estimar una función lineal de oferta para la producción de leche, estudiando la bondad del modelo.
- ¿Cómo se verían afectados los parámetros si el volumen de leche se expresase en miles de litros?
- Se ha propuesto el siguiente modelo temporal de ecuaciones simultáneas para representar el mercado lácteo:

$$Y_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + u_{1t}$$

$$Y_t^O = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 X_t + u_{2t}$$

donde Y^D , Y^O , P y X representan respectivamente las cantidades demandada y ofertada, los precios y el número de cabezas de ordeño.

Estudiar la identificabilidad de este sistema, indicando qué procedimiento podría emplearse para su estimación.

5) En el período 1976-1995 se ha analizado la evolución conjunta de la producción de un aparato metálico (Y, en miles de unidades), su precio en el mercado (X_1 , en miles de dólares por unidad) y las importaciones de uno de sus inputs (X_2 , en miles de unidades), obteniéndose los siguientes resultados:

$$X'X = \begin{pmatrix} 20 & 80 & 50 \\ 80 & 500 & 250 \\ 50 & 250 & 1000 \end{pmatrix} \quad X'y = \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

- Obtener la estimación mínimo cuadrática de los parámetros del modelo lineal que explica Y en función de X_1 y X_2 . ¿Cómo se interpretan estos resultados?
- Sabiendo que $y'y=2600$ y $\hat{u}'\hat{u}=850$, estudiar si el modelo puede considerarse adecuado.
- Se estima que en 1996 el precio del producto ascenderá a 5100 dólares por unidad y se importarán 2000 unidades del input considerado en el modelo. Con esta información, construir un intervalo al 95% de confianza para la producción esperada en 1996.
- Un analista económico sospecha que la reestructuración del sector en 1986 puede haber afectado a la estructura del modelo. Indicar cómo podría contrastarse estadísticamente este cambio estructural.

TIEMPO: 2 horas

Pregunta	1	2	3	4	5
Puntuación	1,5	1,5	1,5	2,5	3

LICENCIATURA EN ECONOMIA
ECONOMETRIA- Examen 4 de Julio 1995

1) Los estimadores de los parámetros de un modelo lineal simple $Y = \beta_0 + \beta_1 X + u$ deducidos por el método de mínimos cuadrados vienen dados por las expresiones:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sum_i (X_i - \bar{x})^2} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

a) Deducir la expresión de $\text{Var}(\hat{\beta}_1)$

b) ¿Cómo se llevaría a cabo la estimación de esta varianza si σ^2 es desconocido?

2) a) Definir el estadístico F adecuado para contrastar la significación global del modelo lineal general. ¿Cuál es la hipótesis nula en este caso?

b) Comprobar que se cumple:

$$F_{k-1, n-k} = \frac{R^2}{(1-R^2)} \frac{(n-k)}{(k-1)}$$

3) Se ha especificado un modelo lineal para explicar la recaudación por taquilla de películas (Y) en función de su gasto en publicidad (X) incluyendo además la variable cualitativa P que adopta valor 1 si la película ha obtenido algún premio y 0 en caso contrario.

A continuación se recogen los resultados de la estimación del modelo llevada a cabo con el programa EVIEWS:

Dependent Variable is Y			Number of observations: 11	
Variable	Coefficient	Std. Error	T-Stat.	2-Tail Sig.
C	500.00	112.63	4.44	0.0030
X	400.00	3.38	118.39	0.0000
P	915.17	146.75	6.24	0.0004
XP	52.21	4.41	11.84	0.0000
R-squared	0.999827	Mean of dependent var	13759.09	
Adjusted R-squared	0.999752	S.D. of dependent var	6226.589	
S.E. of regression	97.96385	Sum of squared resid	67178.42	
Log likelihood	-63.55299	F-statistic	13463.94	
Durbin-Watson stat	2.376625	Prob(F-statistic)	0.000000	

a) ¿Es el gasto una variable significativa para explicar la recaudación por taquilla?

b) ¿Cuál es el efecto de que una película haya recibido algún premio?

c) Indicar cómo ha sido calculado el estadístico Durbin-Watson y cómo debe ser interpretado su resultado.

4) Con el objetivo de estimar los gastos en actividades culturales de las autoridades locales, se ha seleccionado una muestra de 15 ayuntamientos, sobre los que se han estudiado conjuntamente las magnitudes *Gastos en actividades culturales* Y y *Presupuesto Total* X (ambas en millones de ptas.), obteniéndose los siguientes resultados:

$$\sum_i Y_i = 8 \qquad \sum_i X_i = 50 \qquad \sum_i X_i Y_i = 4497$$

$$\sum_i Y_i^2 = 680.25 \qquad \sum_i X_i^2 = 33786$$

- Estimar por mínimos cuadrados un modelo lineal $Y = \beta_0 + \beta_1 X$
- Sabiendo que $\sum_i \hat{u}_i^2 = 56$, obtener e interpretar R^2
- Estimar la elasticidad media gasto-presupuesto, interpretando el resultado.

5) Las ventas de un alimento (Y, en miles de Kg.) han sido modelizadas en función de las variables Precio (X_1 , expresada en pesetas/Kg) y la Renta Familiar disponible (X_2 , expresada en miles de pesetas).

Con la información observada a lo largo de 19 años se ha obtenido:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 31.436 & -0.0313 & -0.4839 \\ -0.0313 & 0.00037 & 0.000135 \\ -0.4839 & 0.000135 & 0.0078 \end{bmatrix} \qquad (X'y) = \begin{bmatrix} 7884.3 \\ 477561.2 \\ 482659.8 \end{bmatrix}$$

- Obtener la estimación mínimo cuadrática de los parámetros del modelo especificado.
- Sabiendo que la varianza de Y es 5504.5 y la suma de cuadrados de residuos es 30269.92, estimar la varianza residual.
- Contrastar razonadamente la significación de los precios en el modelo propuesto.
- Estudiar la bondad del modelo anteriormente estimado.

PREGUNTA	1	2	3	4	5
PUNTUACION	1	1.5	2.5	2	3

TIEMPO MAXIMO: 2h. 30 m.