

T6. Modelos multiecuacionales

Ana J. López y Rigoberto Pérez

Dpto Economía Aplicada. Universidad de Oviedo

Curso 2010-2011



Índice

- 1 Los modelos multiecuacionales: SUR y SEM
- 2 Modelos de ecuaciones simultáneas
 - Problema de la identificación
 - Métodos de estimación
- 3 Evaluación de modelos multiecuacionales
- 4 Algunos casos de estudio



Modelos multiecuacionales

Competencias

Este último tema presenta de forma introductoria los principales conceptos asociados a los modelos multiecuacionales. A su finalización se pretende que los estudiantes estén en condiciones de:

- Estudiar la identificabilidad de un modelo de ecuaciones simultáneas
- Conocer el método de estimación de mínimos cuadrados bietápicos y el papel de las variables instrumentales
- Especificar y estimar modelos multiecuacionales sencillos con el programa Gretl



Los modelos multiecuacionales

Ecuaciones aparentemente no relacionadas (Seemingly Unrelated Equations, Modelos SUR)

- Demanda de varios artículos
- Producción de varias empresas industriales

Sistemas de ecuaciones simultáneas (Simultaneous Equation Models, SEM)

- Equilibrios oferta-demanda
- Modelos multiplicador-acelerador
- Modelos de economía internacional



Modelos de consumo

- Modelo uniecuacional estático: $C_t = \beta_0 + \beta_1 R_t + u_t$
- Modelo uniecuacional dinámico: $C_t = \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_2 C_{t-1} + u_t$
- Modelo SUR

$$\begin{aligned} C_t^a &= \beta_0^a + \beta_1^a R_t + u_t^a \\ C_t^b &= \beta_0^b + \beta_1^b R_t + u_t^b \end{aligned}$$

- Modelo de Ecuaciones Simultáneas (SEM)

$$\begin{aligned} C_t &= \beta_0 + \beta_1 R_t + u_t \\ R_t &= \gamma_0 + \gamma_1 C_t + v_t \end{aligned}$$



Ejemplos: Modelos de oferta-demanda

Modelo 1 (M1)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + u_{1t} \quad (Demanda)$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (Oferta)$$

$$Q_t^d = Q_t^o$$

Modelo 2 (M2)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t} \quad (Demanda)$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (Oferta)$$

$$Q_t^d = Q_t^o$$



Ejemplos: Modelos de oferta-demanda

Modelo 3 (M3)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t} \quad (Demanda)$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 P_{t-1} + u_{2t} \quad (Oferta)$$

$$Q_t^d = Q_t^o$$

Modelo 4 (M4)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + \alpha_4 Q_{t-1} + u_{1t} \quad (Demanda)$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 P_{t-1} + u_{2t} \quad (Oferta)$$

$$Q_t^d = Q_t^o$$



Formalización de modelos SEM

Explicación de la observación i de la ecuación h :

$$y_{hi} = \alpha_{h1}y_{1i} + \cdots + \alpha_{hm}y_{mi} + \beta_{h1}x_{1i} + \cdots + \beta_{hk}x_{ki} + u_{hi}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, n, \quad \forall h = 1, 2, \dots, m$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{21} & \cdots & y_{m1} \\ y_{12} & y_{22} & \cdots & y_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1n} & y_{2n} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{21} & \cdots & y_{m1} \\ y_{12} & y_{22} & \cdots & y_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1n} & y_{2n} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \cdots & \alpha_{m1} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{1m} & \alpha_{2m} & \cdots & \alpha_{mm} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{21} & \cdots & \beta_{m1} \\ \beta_{12} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{1k} & \beta_{2k} & \cdots & \beta_{mk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & \cdots & u_{m1} \\ u_{12} & u_{22} & \cdots & u_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{1n} & u_{2n} & \cdots & u_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}\alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{U}$$



Forma estructural y reducida

Forma estructural

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}\alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{U}$$

$$\mathbf{Y} - \mathbf{Y}\alpha = \mathbf{X}\beta + \mathbf{U}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta(\mathbf{I} - \alpha)^{-1} + \mathbf{U}(\mathbf{I} - \alpha)^{-1}$$

Forma reducida

$$\Rightarrow \mathbf{Y} = \mathbf{X}\Pi + \mathbf{V}$$



Forma estructural y reducida (M1)

Forma estructural

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

Una **ecuación reducida** es aquella en que la variable endógena se expresa en función de variables predeterminadas

$$\alpha_1 + \alpha_2 P_t + u_{1t} = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t}$$

$$P_t(\alpha_2 - \beta_2) = (\beta_1 - \alpha_1) + (u_{2t} - u_{1t})$$

Forma reducida

$$P_t = \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\alpha_2 - \beta_2} + \frac{u_{2t} - u_{1t}}{\alpha_2 - \beta_2} = \pi_{11} + \nu_{1t}$$

$$\begin{aligned} Q_t &= \beta_1 + \beta_2[\pi_{11} + \nu_{1t}] + u_{2t} \\ &= [\beta_1 + \beta_2\pi_{11}] + [\beta_2\nu_{1t} + u_{2t}] = \pi_{21} + \nu_{2t} \end{aligned}$$

Hipótesis básicas

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & \cdots & u_{m1} \\ u_{12} & u_{22} & \cdots & u_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{1n} & u_{2n} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones: $h = 1, \dots, m$
- Observaciones $i = 1, \dots, n$

Perturbaciones esperadas nulas

$$E[u_{1i}, \dots, u_{mi}] = \mathbf{0}, \forall i = 1, \dots, n$$

Matriz de var-cov escalar para cada ecuación

$$\text{Cov}(u_h) = E \left[\begin{pmatrix} u_{h1} \\ \vdots \\ u_{hn} \end{pmatrix} (u_{h1} \quad \cdots \quad u_{hn}) \right] = \begin{bmatrix} \sigma_h^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h^2 & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_h^2 \end{bmatrix} = \sigma_h^2 I_n$$

Homodecasticidad: $E(u_{hi}^2) = \sigma_h^2, \forall i = 1, \dots, n;$

Incorrelación serial: $E(u_{hi}u_{hj}) = 0; \forall j \neq i = 1, \dots, n$

Hipótesis básicas

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & \cdots & u_{m1} \\ u_{12} & u_{22} & \cdots & u_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{1n} & u_{2n} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix}$$

- Ecuaciones: $h = 1, \dots, m$
- Observaciones $i = 1, \dots, n$

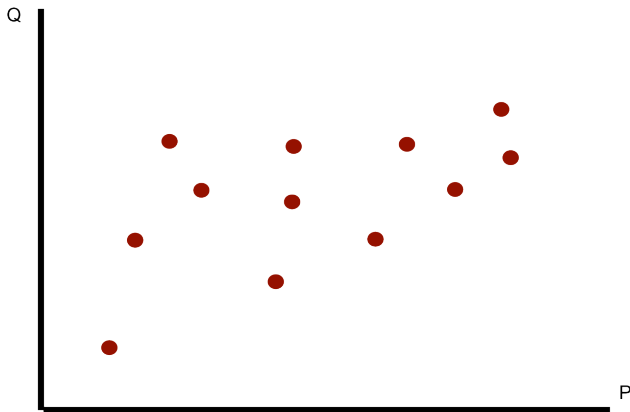
Homocedasticidad interecuaciones

$$\text{Cov}(u_i) = E \left[\begin{pmatrix} u_{1i} \\ \vdots \\ u_{mi} \end{pmatrix} (u_{1i} \quad \cdots \quad u_{mi}) \right] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \cdots & \sigma_{mm} \end{bmatrix} = \Sigma$$

Correlaciones entre errores de ecuaciones constantes en las n observaciones



Problema de la identificación



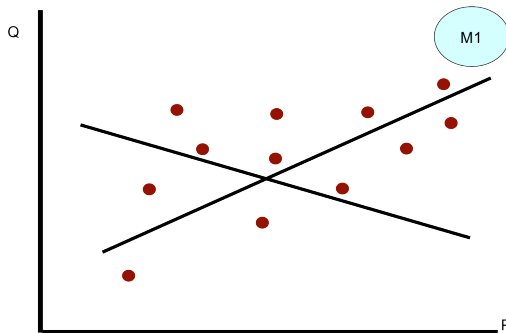
¿Es posible distinguir las dos ecuaciones del modelo?

¿Es posible determinar los parámetros estructurales a partir de los reducidos?

Identificación oferta-demanda (M1)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

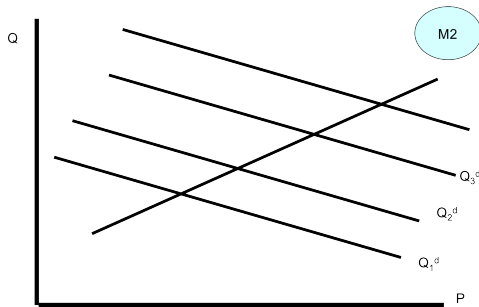


Las ecuaciones de oferta y demanda no están identificadas en este modelo

Identificación oferta-demanda (M2)

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$



Al completar la especificación de la demanda es posible identificar la ecuación de oferta

Identificación

- El problema de la identificación se centra en analizar si es posible obtener los parámetros estructurales una vez conocidos los reducidos.
- Este problema es equivalente a observar si las ecuaciones del modelo son distinguibles de las demás o de cualquier combinación lineal de las mismas.
- La respuesta se obtiene del análisis del sistema de ecuaciones que recoge parámetros estructurales en función de los reducidos

Sistema de ecuaciones	Modelo
Incompatible	No identificado
Compatible determinado	Exactamente identificado
Compatible indeterminado	Sobreidentificado



Condiciones de identificación

Condiciones de orden (Necesarias)

Análisis de la compatibilidad del sistema

Condiciones de rango (Necesarias y Suficientes)

Análisis del rango de la matriz A

Número de variables	Predeterminadas	Endógenas
Ecuación	k'	m'
Modelo	k	m



Identificación. Condición de rango

Una ecuación será **IDENTIFICADA o SOBREIDENTIFICADA** si y sólo si, además de verificarse las condiciones de orden, la matriz **A** construida con los coeficientes de las variables excluidas de la ecuación analizada- endógenas y predeterminadas- e incluidas en el resto de las ecuaciones del modelo tiene rango $m-1$

No identificada	Identificada	Sobreidentificada
$k + m - (k' + m') < m - 1$	$k + m - (k' + m') = m - 1$	$k + m - (k' + m') > m - 1$
$k - k' < m' - 1$	$k - k' = m' - 1$	$k - k' > m' - 1$
o bien: $r(A) < m - 1$	y: $r(A) = m - 1$	y: $r(A) = m - 1$



Identificación del modelo oferta-demanda M1

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

4 parámetros estructurales

Forma reducida

$$P_t = \pi_{11} + v_{1t}$$

$$Q_t = \pi_{21} + v_{2t}$$

2 parámetros reducidos

NO IDENTIFICADO. No es posible obtener 4 parámetros estructurales a partir de 2 reducidos

Modelo	m=2	k=0	CN de Orden	
Ec. 1	m'=2	k'=0	k-k'=0 < m'-1	No Identificada
Ec. 2	m'=2	k'=0	k-k'=0 < m'-1	No Identificada



Identificación del modelo oferta-demanda M2

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

5 parámetros estructurales

Forma reducida

$$P_t = \pi_{11} + \pi_{12} R_t + v_{1t}$$

$$Q_t = \pi_{21} + \pi_{22} R_t + v_{2t}$$

4 parámetros reducidos

NO IDENTIFICADO. No es posible obtener 5 parámetros estructurales a partir de 4 reducidos

Modelo	m=2	k=1	CN de Orden	
Ec. 1	m'=2	k'=1	$k-k'=0 < m'-1$	No Identificada
Ec. 2	m'=2	k'=0	$k-k'=1 = m'-1$	Identificada
			$\rho(A) = 1 = m - 1$	Identificada



Identificación del modelo oferta-demanda M3

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 P_{t-1} + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

6 parámetros estructurales

Forma reducida

$$P_t = \pi_{11} + \pi_{12} R_t + \pi_{13} P_{t-1} + v_{1t}$$

$$Q_t = \pi_{21} + \pi_{22} R_t + \pi_{23} P_{t-1} + v_{2t}$$

6 parámetros reducidos

IDENTIFICADO. Es posible obtener 6 parámetros estructurales a partir de 6 reducidos

Modelo	m=2	k=2	CN de Orden	
Ec. 1	m'=2	k'=1	k-k'=1=m'-1	Identificada
Ec. 2	m'=2	k'=1	k-k'=1=m'-1	Identificada
			$\rho(A) = 1 = m - 1$	Identificada



Identificación del modelo oferta-demanda M4

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + \alpha_4 Q_{t-1} + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 P_{t-1} + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

7 parámetros estructurales

$$P_t = \pi_{11} + \pi_{12} R_t + \pi_{13} P_{t-1} + \pi_{14} Q_{t-1} + v_{1t}$$

$$Q_t = \pi_{21} + \pi_{22} R_t + \pi_{23} P_{t-1} + \pi_{24} Q_{t-1} + v_{2t}$$

8 parámetros reducidos

SOBREIDENTIFICADO. Infinitas maneras de obtener 7 parámetros estructurales a partir de 8 reducidos

Modelo	m=2	k=3	CN de Orden	
Ec. 1	m'=2	k'=2	k-k'=1=m'-1	Identificada
Ec. 2	m'=2	k'=1	k-k'=2>m'-1	Sobreidentificada



Identificación del modelo oferta-demanda M4.

Condición suficiente de rango

$$Q_t^d = \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 R_t + \alpha_4 Q_{t-1} + u_{1t} \quad (\text{Demanda})$$

$$Q_t^o = \beta_1 + \beta_2 P_t + \beta_3 P_{t-1} + u_{2t} \quad (\text{Oferta})$$

$$Q_t^d - \alpha_1 - \alpha_2 P_t - \alpha_3 R_t - \alpha_4 Q_{t-1} - 0P_{t-1} = u_{1t}$$

$$Q_t^o - \beta_1 - \beta_2 P_t - 0R_t - 0Q_{t-1} - \beta_3 P_{t-1} = u_{2t}$$

Matriz A	rango de A	CS de Rango	Ecuación
A = $(-\beta_3)$	1	$\rho(\mathbf{A}) = 1 = m - 1$	Identificada
A = $(-\alpha_3, -\alpha_4)$	1	$\rho(\mathbf{A}) = 1 = m - 1$	Sobreidentificada



Estimación de modelos multicuacionales

Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)

- No aplicables si las variables explicativas $\mathbf{X}$ están correlacionadas con $\mathbf{u}$ (estimadores sesgados e inconsistentes).
- Aplicables en modelos recursivos

Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI)

- Aplicables en modelos y ecuaciones perfectamente identificados

Mínimos Cuadrados bietápicos (MC2E) o Variables Instrumentales

- Aplicables en modelos y ecuaciones identificados o sobreidentificados (método de variables instrumentales, VI)

Mínimos Cuadrados Trietápicos (MC3E) y Otros

- Estimación con información completa de todo el sistema
- Máxima Verosimilitud (MV), Método Generalizado de Momentos

Mínimos cuadrados indirectos (MCI)

- Obtención de las ecuaciones reducidas
- Estimación MCO de estas ecuaciones
 - ▶ Estimadores consistentes
 - ▶ Bajo condiciones de normalidad de las perturbaciones o con variables predeterminadas exógenas los estimadores MCO coinciden con los MV, siendo por tanto insesgados y eficientes
- Cálculo de los parámetros estructurales a partir de los reducidos (exige perfecta identificación)



Mínimos cuadrados bietápicos (MC2E)

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}\alpha + \mathbf{X}\beta + \mathbf{U}$$

Y: Variables explicativas endógenas, correlacionadas con **U**

Etapa 1

- Estimación por MCO en forma reducida de aquellas variables endógenas que aparezcan como explicativas en otras ecuaciones.
- En esta etapa se necesitan Variables Instrumentales (predeterminadas) que estarán correlacionadas con las variables explicativas pero no con las perturbaciones

Etapa 2

- Sustitución de las variables endógenas por sus valores estimados y estimación por MCO del modelo en su forma estructural
- Los estimadores MC2E coinciden con MCI para sistemas identificados

Contrastes de endogeneidad. Test de Hausman

- El test de Hausman contrasta la **hipótesis nula de exogeneidad**, en cuyo caso los estimadores MCO serán consistentes y no resulta necesaria la estimación bietápica
- Los estimadores MC2E son adecuados con variables explicativas endógenas
- En cambio si las variables explicativas son exógenas las estimaciones bietápicas tienen varianzas elevadas
- El **test de Hausman** se basa en comparar los estimadores MCO y MC2E
- Si las variables explicativas son exógenas ambos estimadores serán consistentes, pero si en cambio se detectan diferencias significativas entre los estimadores entonces existirán variables explicativas endógenas.



Contraste de Sargan

El test de Sargan contrasta **la hipótesis nula de que todos los instrumentos son válidos**

Se dice que un modelo está sobreidentificado cuando hay más instrumentos de los estrictamente necesarios

Supongamos 2 instrumentos Z_{1i} y Z_{2i} . Podemos llevar a cabo dos estimaciones separadas por MC2E

Si las estimaciones son muy distintas, alguno de los instrumentos o los dos, deben estar mal y no deben de ser incluidos:

- Se estima la ecuación mediante MC2E
- Se hallan los residuos
- Se hace la regresión de los residuos sobre los instrumentos y las variables
- Se realiza un test de restricciones lineales (F), contrastando la nulidad de los coeficientes de los instrumentos
- El estadístico mF sigue una χ^2_{m-k}



Contraste de instrumentos débiles

Este test contrasta la **hipótesis nula de debilidad de los instrumentos**, que origina problemas en la estimación bietápica

Los **instrumentos serán débiles** si todos sus coeficientes son nulos o cercanos a cero. Los instrumentos débiles explican muy poco la variación de Y

Los coeficientes estimados por MC2E serán muy sensibles a cambios en la muestra

La normal no es una buena aproximación para los coeficientes estimados (mejor un cociente de normales correlacionadas)

Contraste F en la primera etapa: Todos los coeficientes de los instrumentos son nulos

Con valores de F inferiores a 10 debemos considerar que el conjunto de instrumentos es débil

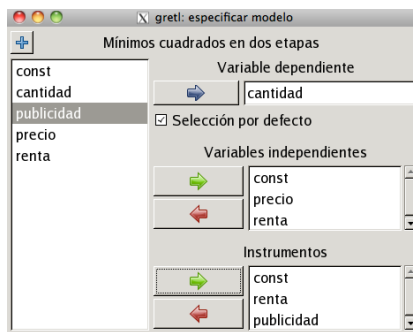


Estimación MC2E con Gretl

Gretl: Modelos → Variables instrumentales → Mínimos cuadrados en dos etapas ...

$$Q_i = \alpha_1 + \alpha_2 P_i + \alpha_3 R_i + u_{1i}$$

$$P_i = \beta_1 + \beta_2 Q_i + \beta_3 Pub_i + u_{2i}$$



Las variables instrumentales son predeterminadas y están correlacionadas con las explicativas pero no con **u**

Estimación MC2E con Gretl

Modelo 1: MC2E, usando las observaciones 1--50

Variable dependiente: cantidad

Mediante Instrumentos: precio

Instrumentos: const renta publicidad

	Coeficiente	Desv. Típica	z	Valor p
const	-0.333138	0.0922406	-3.6116	0.0003
precio	0.0446308	0.00237846	18.7646	0.0000
renta	-0.666588	0.0350024	-19.0441	0.0000
Media de la vble. dep.	1.029100	D.T. de la vble. dep.	0.146723	
Suma de cuad. residuos	0.083779	D.T. de la regresión	0.042220	
R^2	0.961191	R^2 corregido	0.959540	
$F(2,47)$	200.4529	Valor p (de F)	9.80e-24	
Log-verosimilitud	-9.058939	Criterio de Akaike	24.11788	
Criterio de Schwarz	29.85395	Hannan--Quinn	26.30221	

El valor R-cuadrado para los modelos estimados a través de MC2E es el cuadrado de la correlación entre la variable dependiente y los valores ajustados

Estimación MC2E con Gretl

Continúa la salida anterior

Modelo 1: MC2E, usando las observaciones 1--50

Variable dependiente: cantidad

Mediante Instrumentos: precio

Instrumentos: const renta publicidad

Contraste de Hausman --

Hipótesis nula: Los estimadores de MCO son consistentes

Estadístico de contraste asintótico: $\chi^2(1) = 3136.92$

con valor p = 0

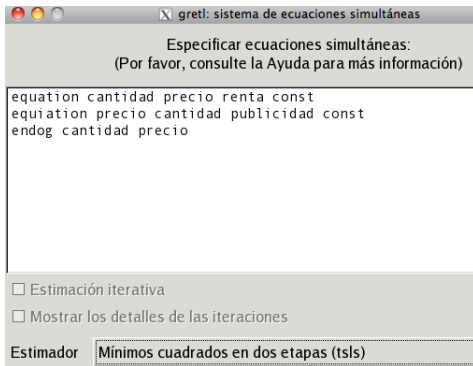
Contraste de Instrumento débil --

First-stage $F(1,47) = 38.8675$



Estimación de modelos simultáneos con Gretl

Gretl: Modelos → Ecuaciones simultáneas



Otros comandos

- **instr** lista de instrumentos (no necesaria cuando se especifican las v. endógenas)
- **identity** para explicitar identidades

Sistema de ecuaciones, Mínimos cuadrados en dos etapas

Gretl: Modelos → Ecuaciones simultáneas

Ecuación 1: MC2E, usando las observaciones 1--50

Variable dependiente: cantidad

Instrumentos: renta const publicidad

	Coeficiente	Desv. Típica	z	Valor p
const	-0.333138	0.0922406	-3.6116	0.0003
precio	0.0446308	0.00237846	18.7646	0.0000
renta	-0.666588	0.0350024	-19.0441	0.0000

Media de la vble. dep. 1.029100 D.T. de la vble. dep. 0.146723

Suma de cuad. residuos 0.083779 D.T. de la regresión 0.042220

Ecuación 2: MC2E, usando las observaciones 1--50

Variable dependiente: precio

Instrumentos: renta const publicidad

	Coeficiente	Desv. Típica	z	Valor p
const	-15.5759	21.8811	-0.7118	0.4766
cantidad	-69.7652	27.9188	-2.4989	0.0125
publicidad	0.953058	0.307941	3.0949	0.0020

Media de la vble. dep. 54.12900 D.T. de la vble. dep. 4.943585

Suma de cuad. residuos 3624.282 D.T. de la regresión 8.781366

Sistema de ecuaciones, Mínimos cuadrados en dos etapas

Gretl: Modelos → Ecuaciones simultáneas

Sistema de ecuaciones, Mínimos cuadrados en dos etapas

Matriz de covarianzas cruzada residual
(correlaciones por encima de la diagonal principal)

0,0016756	(-0,994)
-0,34628	72,486

logaritmo del determinante = -6.47093



Problemas de identificación en Gretl

Excluimos la variable publicidad en el ejemplo anterior

gretl: sistema de ecuaciones simultáneas

Especificar ecuaciones simultáneas:
(Por favor, consulte la Ayuda para más información)

```
equation cantidad precio renta const
equation precio cantidad const
endog cantidad precio
```

☐ Estimación iterativa
☐ Mostrar los detalles de las iteraciones

Estimador **Mínimos cuadrados en dos etapas (tsls)**

No se satisface la condición de orden para la identificación.
Se necesitan al menos 1 instrumentos más.

Evaluación de modelos multiecuacionales

Para cada ecuación individual es posible utilizar los indicadores habituales (coeficiente de determinación, medidas basadas en errores cuadráticos, ...). En ocasiones se calcula un **Coeficiente de determinación para el sistema** que resume la bondad de las ecuaciones individuales ponderándola por su dispersión:

$$R^2 = \frac{\sum_{h=1}^g R_h^2 \frac{s_h^2}{\sum_{j=1}^g s_j^2}}$$

Sin embargo, es posible que algunas ecuaciones más difíciles de modelizar sean compensadas por otras más perfeccionadas.

Además, sería una simplificación excesiva afirmar que un modelo es bueno cuando lo son todas sus ecuaciones, ya que es más importante la estructura global del modelo que la de las ecuaciones individuales que lo integran.



Modelo simplificado de Economía Mundial (Klein, 1921-1941)

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2(W_1 + W_2)_i + \alpha_3\pi_i + u_{1i}$$

$$I_i = \rho_1 + \rho_2\pi_i + \rho_3\pi_{i-1} + \rho_4K_{i-1} + u_{2i}$$

$$W_{1i} = \delta_1 + \delta_2(Y + T - W_2)_i + \delta_3(Y + T - W_2)_{i-1} + \delta_{4i} + u_{3i}$$

$$Y_i + T_i = C_i + I_i + G_i$$

$$Y_i = W_{1i} + W_{2i} + \pi_i$$

$$VK_i = I_i$$

C	Consumo privado	W_1	Salarios sector privado
W_2	Salarios sector público	π	Beneficios
I	Inversión privada	K	Stock de capital privado
Y	Renta Nacional	T	Impuesto sobre empresas
G	Gasto público (excepto salarios)	VK	Variación de K



Modelo multiplicador-acelerador

$$\begin{aligned}C_t &= \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + u_{1t} \\I_t &= \beta_1 + \beta_2 Y_t + \beta_3 Y_{t-1} + u_{2t} \\Y_t &= C_t + I_t + G_t\end{aligned}$$

C_t	Consumo	Endógena
Y_t	Renta Nacional	Endógena
I_t	Inversión	Endógena
Y_{t-1}	Renta Nacional retardada	Endógena retardada
G_t	Gasto público	Exógena



Modelo simplificado salario-precio

$$\begin{aligned} W_t &= \alpha_1 + \alpha_2 P_t + \alpha_3 Q_t + u_{1t} \\ P_t &= \beta_1 + \beta_2 W_t + u_{2t} \end{aligned}$$

W_t	Salario
P_t	Precio
Q_t	Producción

	m'	k'	$k-k'$	$m'-1$	$m=2 (W,P), k=1 (Q)$
Ec. 1	2	1	0	1	No identificable
Ec. 2	2	0	1	1	Identificable

