

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA (5)

1. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuál es el número mínimo de caras que puede tener un poliedro?
- b) Un poliedro tiene 5 caras y 6 vértices. Intenta representarlo en alguna de sus posibles formas.
- c) Un prisma tiene 12 aristas. ¿De qué tipo es?
- d) Una pirámide tiene 16 aristas. ¿Cómo es esa pirámide?
- e) ¿Puede existir un prisma con 9 vértices? ¿Y una pirámide con 9 aristas?
- f) Si se duplica el número de lados de la base de un prisma, ¿se duplica también el número de caras? ¿Y el de vértices?
- g) Un poliedro tiene tantos vértices como aristas tiene un tetraedro, y tantas aristas como vértices tiene un prisma hexagonal. ¿Cuántas caras tiene?

2. Hallar el área del triángulo que se obtiene al unir los vértices de un cubo de arista 12, que son extremos de tres aristas concurrentes.

3. Un edificio tiene forma de prisma cuya base es un rombo de diagonales 32 y 24 metros, y de altura igual al perímetro de la base. Hallar las superficies de la planta y de las fachadas.

4. Las bases de un prisma recto son triángulos rectángulos isósceles de área 8 cm^2 , y las aristas laterales miden 7 cm. Hallar el área total del prisma.

5. Un silo está formado por un cuerpo cilíndrico de 6 metros de altura coronado por un cono de 3 metros de alto. Si el radio de la base es de 4 metros, hallar la cantidad de chapa que se utilizó en su construcción.

6. Un cilindro y un cono tienen ambos un radio de 4 cm., y una generatriz de 7 cm. ¿Cuántas veces es mayor el área del cilindro que la del cono?

7. Las diagonales de un rombo miden 6 y 8 cm. Hallar el área de la figura que se engendra al hacer girar ese rombo alrededor de la diagonal mayor.

8. Halla el área lateral de una pirámide de 8 cm. de altura, siendo su base un cuadrado de 3 cm. de lado.

9. Un cilindro de 15 cm de alto tiene unas bases cuyo radios miden 3 cm. Dibuja su desarrollo, halla su área total y su volumen.

10. Di el nombre de cuatro objetos que tengan forma de prisma. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la altura mide el doble del lado de la base, siendo éste de 20 cm.

11. Dados 3 cubos de arista 9 cm, se apilan para construir con ellos un prisma. En cada base del mismo se inscribe un círculo, y desde cada punto de uno de los círculos se traza la perpendicular sobre el otro círculo, con lo que se puede generar un cilindro. Halla el área y el volumen de dicho cilindro.

12. La pirámide de Keops tiene una base cuadrada de 230 m. de lado y una altura de 137 m.; se construyó con bloques de piedra, cada uno de los cuales pesa, por término medio, 2500 kg. Sabiendo que un metro cúbico de piedra pesa 2800 kg, calcular aproximadamente el número de bloques de piedra que se utilizaron en su construcción, así como la medida de la arista de la pirámide.

13. Por obstrucción en los desagües de un edificio, se ha acumulado agua en los sótanos del mismo. El edificio tiene como sección un trapecio rectángulo de bases 40 y 32 metros, y de altura 20 metros. ¿Cuál es el volumen de agua acumulada en el sótano, si su nivel alcanza los 15 cm?

14. Se tiene un recipiente cilíndrico, de 20 cm de diámetro, con agua. Se introduce en el mismo una piedra, que al quedar completamente sumergida hace que el nivel del agua suba 5 cm. A continuación se añaden 1'5 litros de agua. ¿Qué ha hecho subir más el nivel, la piedra o el agua añadida?

15. El agua de lluvia es recogida por un pluviómetro que tiene forma de pirámide cuadrangular regular. Un día determinado se ha recogido agua hasta una altura de 9 cm y se ha formado una pequeña pirámide de 15 cm de arista. ¿Cuál es la altura alcanzada por el agua recogida, al verterla en un depósito cúbico de 50 cm de arista?

16. Una piscina rectangular tiene 10 metros de largo, 6 metros de ancho y 2 metros de profundidad. ¿Cuánto tiempo tarda en llenarla un caño que vierte en la piscina 25 litros de agua por minuto?

17. Una fábrica necesita un depósito cilíndrico donde quepan 3000 m^3 de fuel. Para construirlo, dispone de un terreno cuadrado de 15 metros de lado. Si quiere aprovechar la anchura máxima del terreno, ¿qué altura tendrá el depósito?

18. Un tubo cilíndrico contiene 3 pelotas de tenis, de 32 mm de radio cada una. Halla la razón entre el volumen total del tubo y el volumen que ocupan las pelotas en su interior.

19. En una copa cónica, cuyo diámetro es 6 cm, nos caben 150 cl. de líquido. Si el camarero nos la llena hasta la mitad, indicar cuánto líquido nos ha servido.

20. El famoso monumento conocido como "El lapizón", está formado por un prisma hexagonal regular de 1 metro de arista básica y 7 metros de arista lateral, al que se ha unido por la parte superior una pirámide de base la del prisma y de arista lateral 3 metros. Halla la cantidad de chapa de acero que se utilizó en su construcción, así como el volumen que ocupa.

21. ¿Cuánto subirá el nivel del agua en un jarrón cilíndrico de diámetro 12cm si introducimos tres esferas de hierro de 2cm de radio?

22. Un pastelero quiere hacer bombones de chocolate y avellana en forma de pirámide cuadrangular, de lado de la base 2 cm y apotema de la pirámide 3cm. Si dentro de cada pirámide introduce avellanas de 1 cm de diámetro,

a) ¿Qué volumen de chocolate tendrá una docena de bombones?

b) Si para el aniversario de su confitería quiere forrarlos con hojas de oro, ¿qué superficie de hojas de oro necesitará por docena?

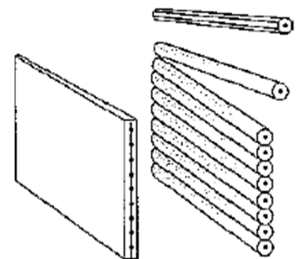
23. Se desea construir una caja para guardar 10 lápices, como muestra la figura. Si los lápices son todos iguales, cilíndricos, con un radio de 3 mm y una longitud de 15 cm,

a) ¿qué dimensiones mínimas debe tener la caja?

b) ¿Cuál es el área total de la caja?

c) ¿Qué volumen de caja queda libre al guardar los 10 lápices en ella?

d) Si los lápices tienen forma hexagonal regular de lado 3 mm en lugar de cilíndrica (como el primer lápiz de la imagen), ¿cabe el mismo número de lápices en la caja construida? Considérese que los lápices son introducidos en la caja colocada como en la imagen y en esta posición: 



24. Se tienen un cilindro y un cono, ambos de 10 cm de diámetro de las bases y alturas 10 cm, y una esfera de 10 cm de diámetro. Calcula los volúmenes de los tres cuerpos, y encuentra alguna relación entre ellos.

25. Una columna de basalto tiene forma de prisma hexagonal regular. El lado de la base mide 15 cm. La altura de la columna es de 2,95 m. Halla su peso sabiendo que 1 m^3 de basalto pesa 2845 kg.

26. Se tiene un cuadrado de 8 cm de lado. A cada uno de sus lados se le adosa un triángulo equilátero, de manera que se forma una estrella.

a) Halla el área de la misma.

b) Posteriormente, se utiliza la estrella para construir una pirámide. Halla su volumen.

c) Para finalizar, se han adosado a los lados del cuadrado inicial unos triángulos isósceles de lado desigual 5 cm, y se ha intentado hacer una pirámide, igual que en el caso anterior, pero no se ha podido. ¿Por qué?

27. De un tronco de 5 metros de largo, cuya sección es un círculo de 15 cm de radio, se quiere extraer la mayor viga con forma de prisma de base cuadrada. Halla el volumen de la madera que hay que quitar al tronco para obtener dicha viga.

28. Una figura de recuerdo es un cilindro de radio de la base 5cm y altura 4cm, coronado por una semiesfera. En el interior de la figura, se encuentra un cono macizo de radio 3 cm y generatriz 6cm, y unas cuantas partículas que simulan nieve que ocupan 1cm^3 . ¿Cuántos centilitros de agua llenarían el interior de la figura de recuerdo?

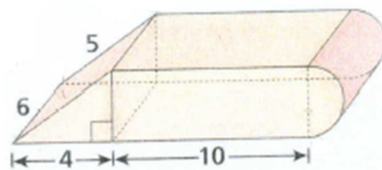
29. Juan ha comprado una finca rectangular de dimensiones 100m x 50m por 100000€. Su intención es dividir esa finca en 5 parcelas contiguas iguales y poner una casa prefabricada y una piscina en cada una, dedicando el resto de la parcela a jardín. Cada casa tiene una planta de 15m de largo y 8m de ancho y cuesta 30000€. Las piscinas son circulares, con 3m de diámetro, y cuestan 2000€ cada una.

a) ¿Qué superficie de jardín tendrá cada parcela?

b) ¿Qué volumen de agua se necesita para llenar todas las piscinas, si tienen 1,75m de profundidad? ¿Cuántos litros de agua son?

c) ¿A cuánto tendrá que vender Juan cada parcela, una vez terminadas las construcciones, para obtener el doble del dinero invertido?

30. Calcula el área total del cuerpo de la siguiente figura.



31. Sofía tiene una finca rectangular de 100 m x 50 m. La finca tiene regadío gracias al agua de un depósito con forma de cilindro de radio 2 m y altura 1.5 m. Tiene plantadas lechugas en el 70% de la superficie de la finca y sabe que cada metro cuadrado plantado necesita 5 litros de agua al día. Si inicialmente el depósito está lleno, ¿cuántos litros de agua quedarán en él al final del día tras regar todas las lechugas?