

Problema 1

$$a) \left. \begin{aligned} \text{si } a[n] = s[n] &\Rightarrow y[n] = s[n] * h[n] + r[n] \\ \text{si } a[n] \neq s[n] &\Rightarrow a[n] = 0 \Rightarrow y[n] = r[n] \end{aligned} \right\}$$

Tenemos un problema de detección de forma de onda, pero para detectar $s[n] * h[n]$.

$$H(z) = 1 - z^{-1} \Rightarrow h[n] = [-1 \ -1]$$

$$\boxed{\text{Salida del filtro } [n] = a[n] - a[n-1]} \quad \text{ec. diferencias}$$

$$\text{Si } a[n] = s[n], \quad a[n] * h[n] = s[n] * h[n] = \{1, 1, -1, -2, -1, 1, 1\}$$

En este filtro, la salida se obtiene tomando la inversión de entrada y restándole la anterior. $n=1 \dots 7$.

$$w[n] = s[n] * h[n]$$

$$\frac{f(y[n]|1)}{f(y[n]|0)} \underset{0}{\overset{1}{\geq}} \frac{P(0)}{P(1)}$$

$$\frac{\prod_{n=1}^7 f(y[n]|1)}{\prod_{n=1}^7 f(y[n]|0)} \underset{0}{\overset{1}{\geq}} \frac{P(0)}{P(1)} = 1$$

ML, p. 40 line 1 dan $P(0), P(1)$

Cada muestra de $y[n]$ es: $\begin{aligned} \text{si } 1, \quad y[n]|1 &= w[n] + r[n] \\ \text{si } 0, \quad y[n]|0 &= r[n] \end{aligned}$

$$r[n] \sim G(0.2, 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y[n]|1 \sim G(0.2 + w[n], 1) \\ y[n]|0 \sim G(0.2, 1) \end{cases}$$

$$\frac{\prod_{n=1}^7 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y[n] - 0.2 - w[n]}{1} \right)^2}}{\prod_{n=1}^7 \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y[n] - 0.2}{1} \right)^2}} \underset{0}{\overset{1}{\geq}} 1$$

desarrollar.

Problema 1

b) Si $a_t \sim G(0.1, 0.5)$

Salida del filtro: $w_t = a_t - a_{t-1}$

$$y_t = a_t - a_{t-1} + r_t$$

Combinación lineal de Gaussianas

$$\Rightarrow y_t \sim G(-, -)$$

$$E[y_t] = E[a_t] - E[a_{t-1}] + E[r_t]$$

$$= 0.1 - 0.1 + 0.2 = 0.2$$

$$\text{Var}[y_t] = 1^2 \text{Var}[a_t] + (-1)^2 \text{Var}[a_{t-1}] + 1^2 \text{Var}[r_t]$$

$$= 0.5 + 0.5 + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{y_t \sim G(0.2, 2)}$$

Problema 2

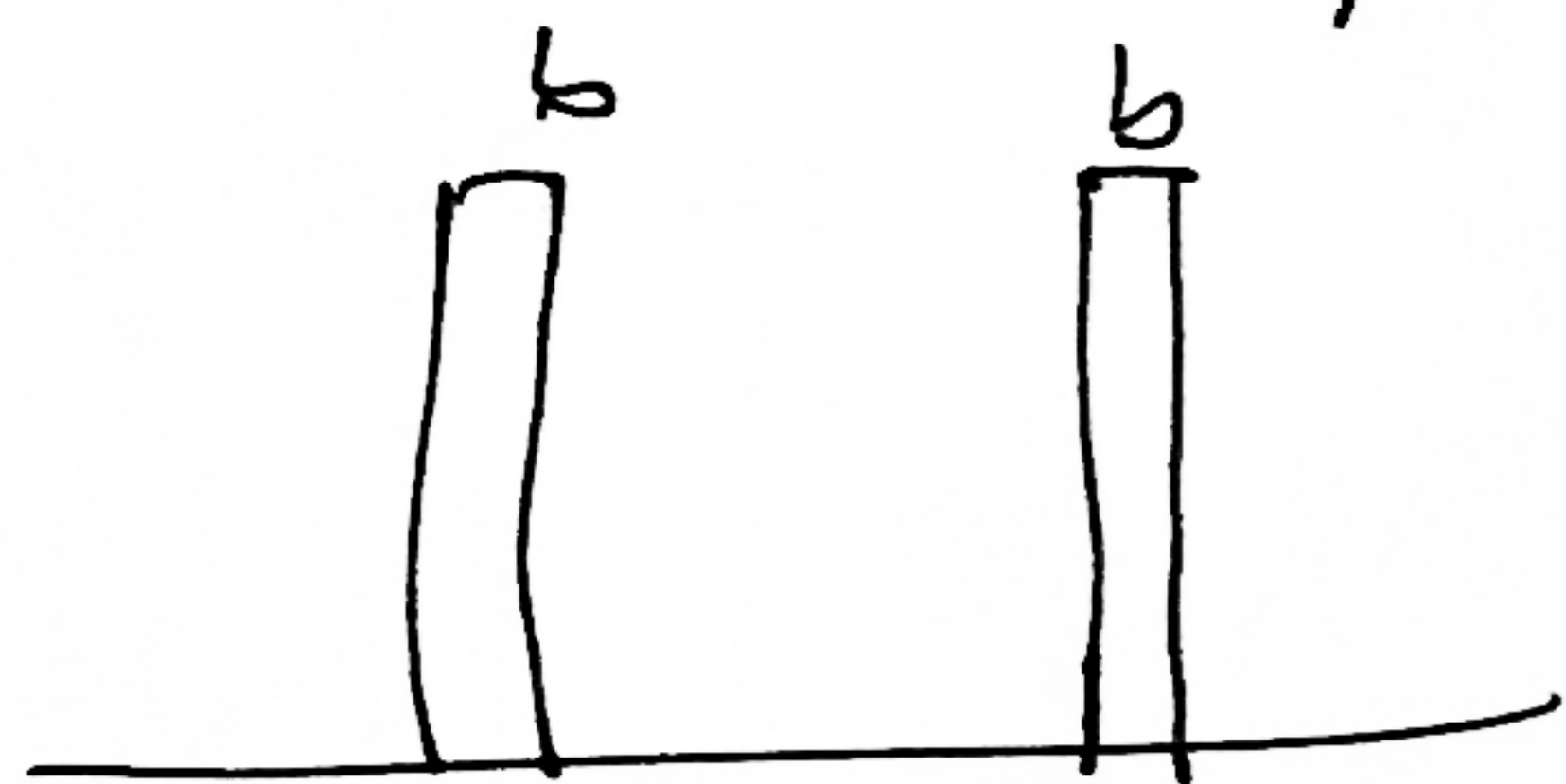
No conocemos las alturas de las 2 barras, pero el área bajo una fdp tiene que ser 1

$$\Rightarrow 2\delta \cdot x + 2\delta \cdot b = 1$$

$$b = \frac{1}{4\delta}$$

$$\Rightarrow x = b$$

$$\Rightarrow$$



Las dos alturas son iguales.

a) $x = a + u$

$$\text{MAP} \Rightarrow \arg\max_x f(a|x) = \arg\max_x f(a) \cdot f(x|a)$$

$f(x|a)$ lo colocó en $x - \eta$, dado que lo usó?

lógico/probable es que observe $x \approx a + \eta$

$$\text{Si } x - \eta < -A - \delta \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = -A - \delta$$

$$\text{Si } x - \eta \in [-A - \delta, -A + \delta] \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = x - \eta$$

$$\text{Si } x - \eta \in (-A + \delta, 0] \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = -A + \delta$$

$$\text{Si } x - \eta \in [0, A - \delta] \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = A - \delta$$

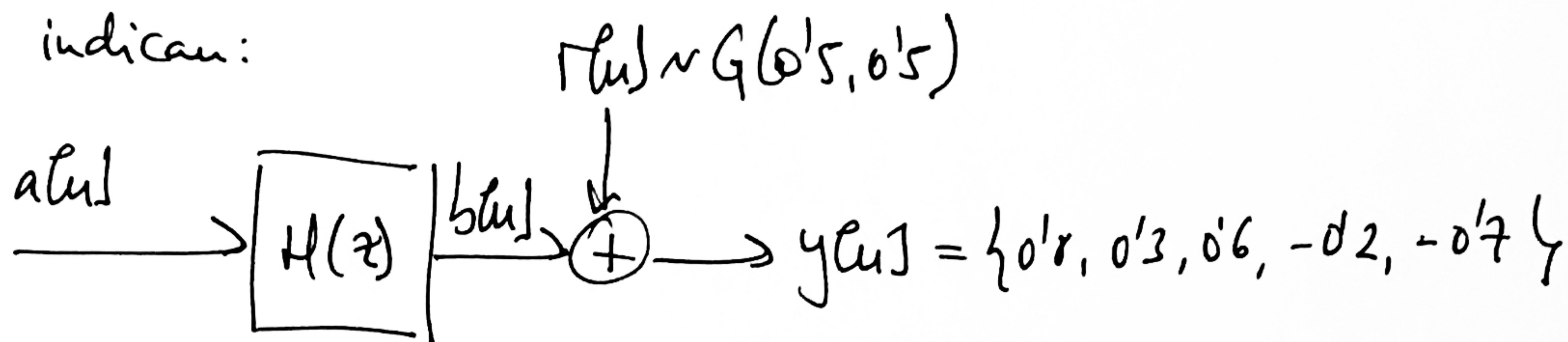
$$\text{Si } x - \eta \in [A - \delta, A + \delta] \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = x - \eta$$

$$\text{Si } x - \eta > A + \delta \Rightarrow \hat{S}_{\text{MAP}} = A + \delta$$

$$\Downarrow$$
$$\hat{S}_{\text{ML}} = x - \eta$$

Problema 3

Definir indican:

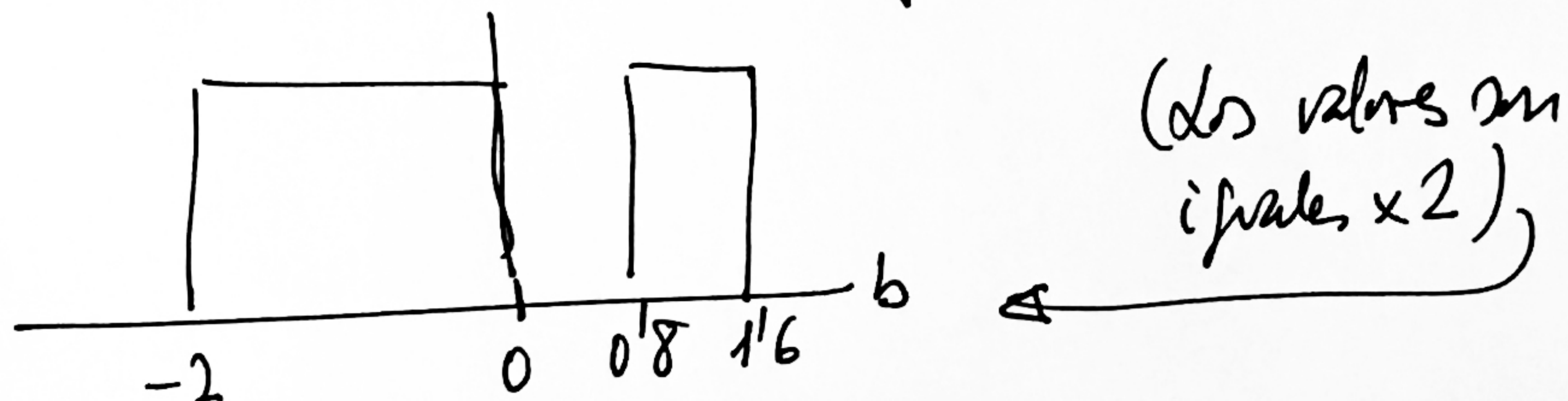


Piden la autocorrelación de $a(u)$. No lo puedo calcular, pero lo puedo estimar si averiguo el valor de $a(u)$. A su vez, este lo puedo estimar.

$$H(z) = \frac{2 + z^{-1}}{1 + \frac{1}{2}z^{-1}} = 2 \Rightarrow \text{el filtro multiplica } \times 2.$$

$$\Rightarrow b(u) = 2 \cdot a(u).$$

$\Rightarrow \hat{b}(u)$? Si $a(u)$ tiene la fdp $f(a(u))$,
entonces $b(u)$ tiene $f(b(u))$:



Aplico $\hat{b}_{msp}(u)$:

$$y(u) = \{0.8, 0.3, 0.6, -0.2, -0.7\}$$

$$\Rightarrow y(u) - 0.5 = \{0.3, -0.2, 0.1, -0.7, -1.2\}$$

media del
mido

$$\Rightarrow \hat{b}_{msp}(u) = \{0, -0.2, 0, -0.7, -1.2\}$$

$$\Rightarrow \hat{a}_{msp}(u) = \frac{\hat{b}_{msp}(u)}{2} = \{0, -0.1, 0, -0.35, -0.6\}$$

$$\hat{R}_{aa}^S(u) = \frac{1}{N} \sum_{n=-S}^{S-|u|-1} \hat{a}_{msp}(n) \hat{a}_{msp}(n+u)$$

$$= \{0.0985, 0.042, 0.007, 0.012, 0\} \quad u = 0 \dots 4$$

Problema 6

Observación $\underline{x}$, 15 muestras.

$$x(k)/s(k) = s(k) + r(k) \sim G(\mu + s(k), 1)$$

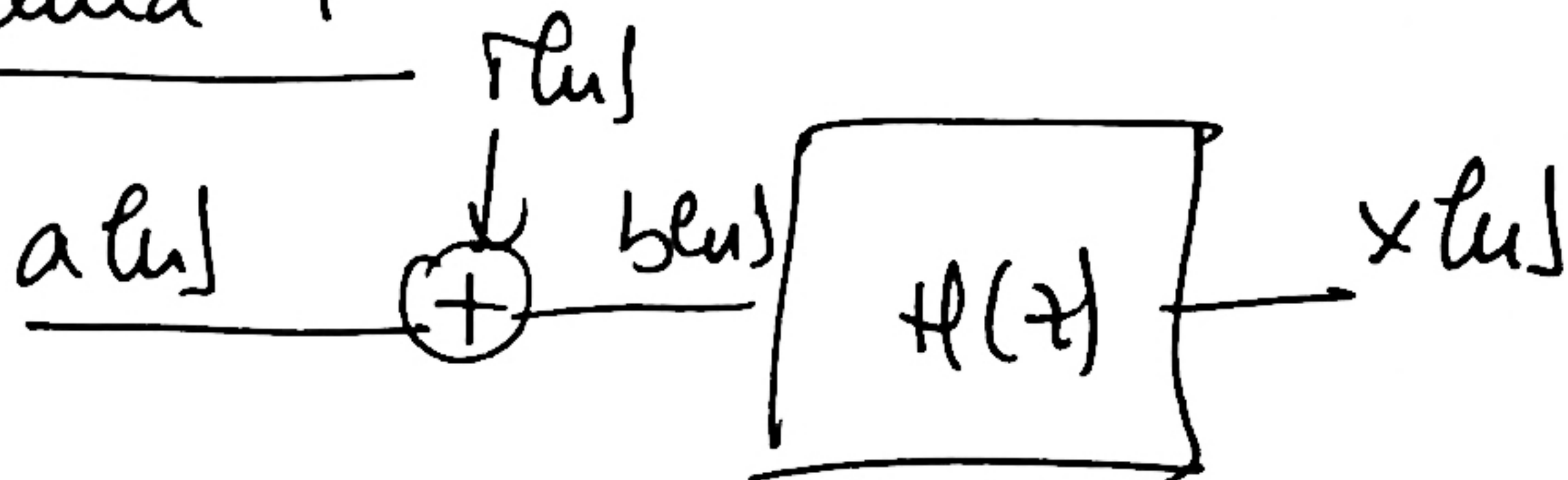
$$x(k)/-s(k) = -s(k) + r(k) \sim G(\mu - s(k), 1)$$

$$\prod_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x(k) - s(k) - \mu}{1} \right)^2}$$

$$\frac{\prod_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x(k) + s(k) - \mu}{1} \right)^2}}{\prod_{k=1}^{15} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x(k) - s(k) - \mu}{1} \right)^2}} \geq \frac{P(-s(k))}{P(s(k))} = \frac{0.8}{0.2} = 4$$

desarrollar y despejar

Problema 7



Para estimar $\hat{a}_{MAP}$ usando $b(k)$, ya que el problema de estimación MAP básico es estimar $a(k)$ a partir de $b(k) = a(k) + \text{ruido}$.

$$H(z) = \dots = \frac{z^{-1}}{2} \Rightarrow b(k) \text{ retarda 1 muestra y divide por 2}$$

$$\Rightarrow \text{si } x(k) = \{1, 1.6, 0.3, -0.8, 0.5, -1.1\}, k = 0 \dots 5$$

$$\text{entonces } b(k) = 2x(k+1) = \{2, 3.2, 0.6, -1.6, 1, -2.2\}, k = -1 \dots 4.$$

Como el ruido tiene media 0.5, se le quita (la misma constante para todos)

$$b(k) - 0.5 = \{1.5, 2.7, 0.1, -2.1, 0.5, -2.7\}, k = -1 \dots 4$$

Aplico $f(a)$:

$$\hat{a}_{MAP}(k) = \{0.8, 0.8, 0, -1, 0.5, -1\}, k = -1 \dots 4$$

Problema 8

a) En el entorno de la circunferencia unidad hay polos y ceros muy
refridos $\Rightarrow$ variaciones bruscas, picos.

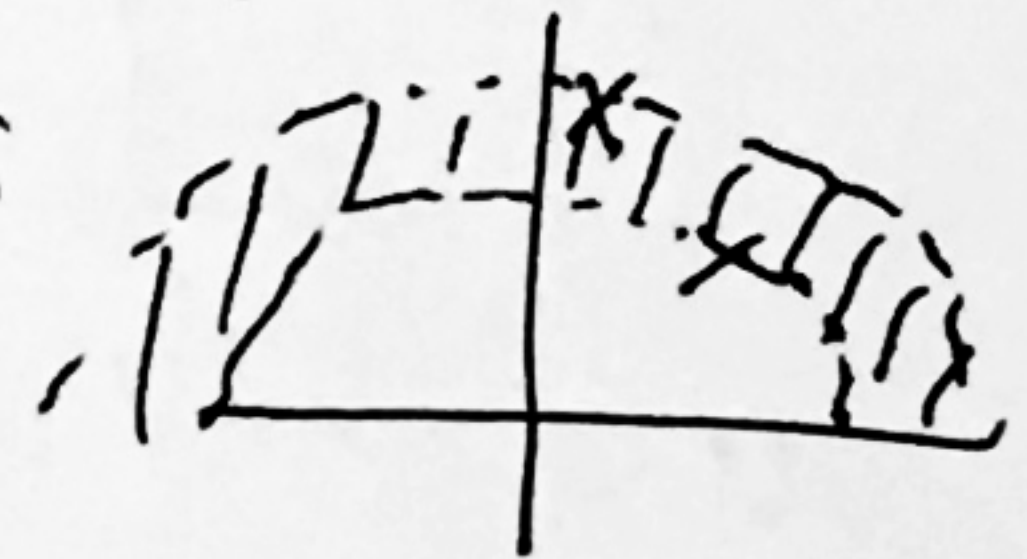
Necesito resolución y capacidad de detectar picos
 $\Rightarrow$ PERIODOGRAMA.

b) — (Esta una respuesta de un tema anterior que ya no entra).

c) Casual $\Rightarrow$ ROC hacia fuera del polo más alejado.

d) Estable $\Rightarrow$ ROC contiene la circunferencia unidad

$\Rightarrow$ ROC un anillo entre los dos polos



e) No. las ROC necesarias son
incompatibles, no pueden darse a la vez.

f) Inverso $\Rightarrow$ Miro los ceros, que son los polos del inverso.

Hay ceros en la circunferencia unidad, que según polos del
inverso $\Rightarrow$ la circunferencia unidad nunca podrá estar
en la ROC $\Rightarrow$ no hay inverso estable en ningún caso.