

\* Hoja 4, n° 1.

a) Expresión de la señal muestreada:

$$x_a(nT_s) = 3 \cos(100 \pi n T_s) = 3 \cos\left(\frac{100 \pi}{300} n\right) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right)$$

Significa que:  $\omega = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{6} \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

↓  
el muestreo se ha realizado  
correctamente. ( $F_s = 300 \text{ Hz} > 2F$ )

¿Periódica?

Si es periódica:  $3 \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3} (n+N)\right)$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} n\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} n + \frac{\pi}{3} N\right)$$

$$\frac{\pi}{3} N = 2\pi k \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$$N = 6k$$

Para  $k=1$  tenemos el período fundamental:

$$\boxed{N=6}$$

b) Como  $N=6$ , las muestras en un período serán

$$x[n] = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right), \quad n = 0 \dots N-1 = 0 \dots 5$$

$$x[n] = \left\{ 3, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, -3, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

c) Para que el valor de pico sea 3, el coseno debe valer 1, con lo que  $n$  interior debe ser cero. Hay que tener muestras en los múltiplos de  $2\pi$ :

$$\frac{2\pi \cdot F}{F_s} \cdot n = 2\pi k \xRightarrow{k=1} F_s = \frac{n}{1} \cdot F = nF \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Por tanto, para que el valor de pico sea 3,  $F_s$  (freq. muestreo) debe ser un múltiplo entero de la frecuencia de la señal, ~~con~~ para que se verifique el  $T^a$  de muestreo debe ser al menos el doble.

d) Con un seno el máximo (1) está en  $\frac{\pi T}{2}$

$$\frac{2\pi F}{F_s} \cdot n = \frac{\pi}{2} \Rightarrow F_s = 4Fn, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

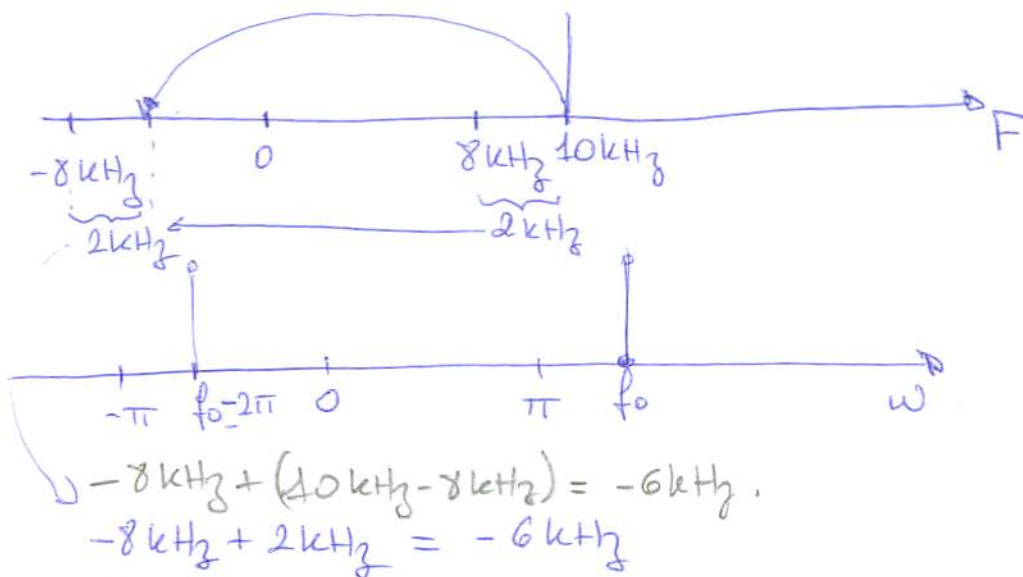
\* Hoja 1, n.º 2.

a)  $F_s \geq 2 F_{\max} \Rightarrow F_s \geq 40 \text{ kHz}$ .

b) No se verifica el T.º de muestreo  $\rightarrow$  solapamiento.

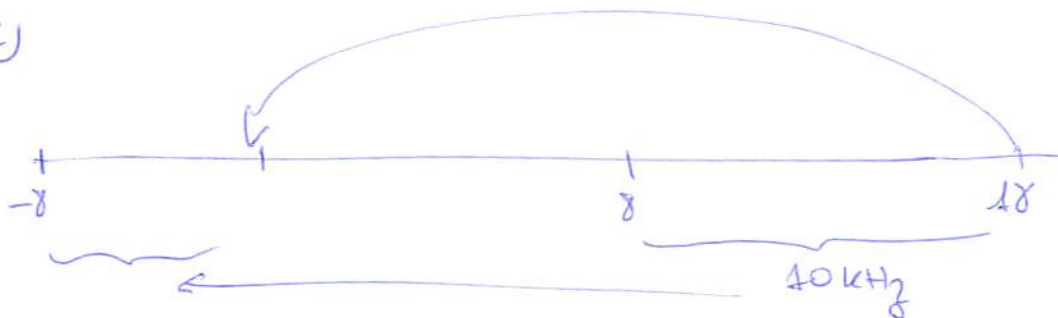
$$F_s = 16 \text{ kHz} \Rightarrow F_{\max} = 8 \text{ kHz}.$$

$F = 10 \text{ kHz} \rightarrow$  será interpretada como alias en el intervalo  $-\frac{1}{2} \leq f \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{F_s}{2} \leq F \leq \frac{F_s}{2}$ .



La frecuencia de  $10 \text{ kHz}$  muestreada a  $16 \text{ kHz}$  se comporta como si se tratase de una señal de  $-6 \text{ kHz}$ .

c)

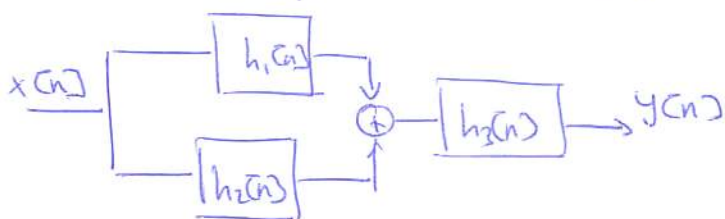


$$-8 + 10 \text{ kHz} = 2 \text{ kHz}$$

Se comporta como si se tratase de una señal de  $2 \text{ kHz}$ .

\* Hoja 1, n°3.

Tenemos dos sistemas en cascada, y la rama inferior son dos sistemas también. En total lo podemos ver así:



La respuesta total será:

$$h_t[n] = [h_1[n] + h_2[n]] * h_3[n]$$

$$= (\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3] + (-4) \cdot \delta[n-1])$$

$$* (\delta[n+2] + 2\delta[n+1] + 3\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2])$$

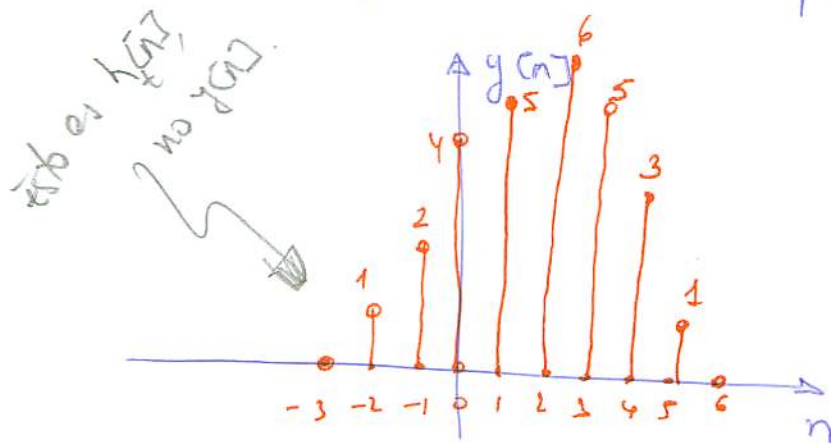
$$= \left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ h_a[n]}}{1, 0, 1, 1} \right\} * \left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ h_b[n]}}{1, 2, 3, 2, 1} \right\}$$

$$h_t[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_a[n] \cdot h_b[n-k]$$

Podemos resolver esta convolución de forma gráfica; después podemos de nuevo hacer

$$y[n] = x[n] * h_t[n].$$

Igualmente, de forma gráfica. El resultado final es:



\* Hoja 1, n.º 4.

a) Tomamos  $x[n] = \delta[n]$ .

$$h[n] = \delta^2[n] + 1; \quad h[0] = 1 + 1 = 2$$

$$h[1] = 1$$

$$h[2] = 1$$

$$h[-1] = 1$$

⋮

$$h[n] = \{ \dots, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, \dots \}$$

↑

b) La salida de nuestro sistema está acotada para cualquier entrada acotada.

$$|y[n]| = |x^2[n] + 1| \leq B_x^2 + 1.$$

Sin embargo:  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[k]| = \infty$  (suma de infinitos unos "1").

¿Cómo es esto posible?

Supongamos una entrada  $\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]$ .

$$y[n] = x^2[n] + 1 = (\alpha x_1[n] + \beta x_2[n])^2 + 1$$

$$= \alpha^2 x_1^2[n] + \beta^2 x_2^2[n] + 2\alpha\beta x_1[n]x_2[n] + 1$$

$$\neq \alpha y_1[n] + \beta y_2[n].$$

No se trata de un sistema lineal. Por eso, aunque está acotado y es estable, no cumple lo del  $\sum |h| < \infty$ .

\* Hoja 4, n° 5

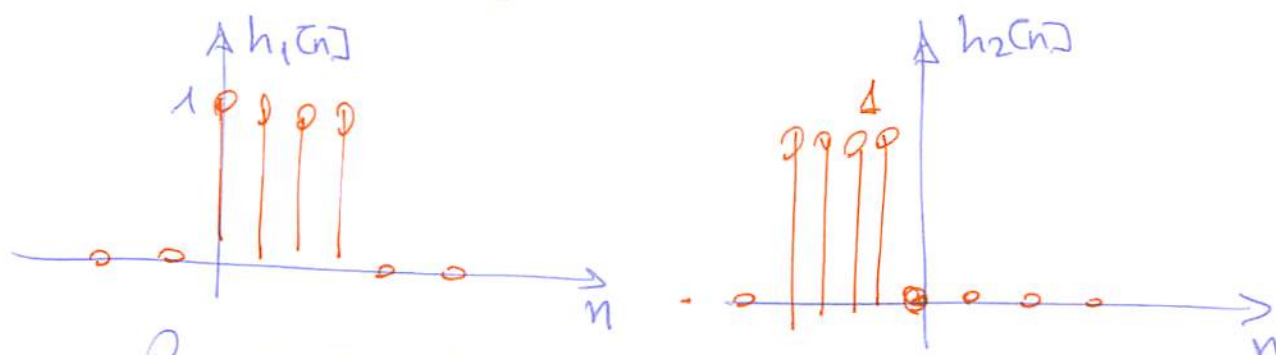
a) Paralelo:

$$h[n] = h_1[n] + h_2[n] = \mu[n] - \mu[n-4] + \mu[n+4] - \mu[n]$$

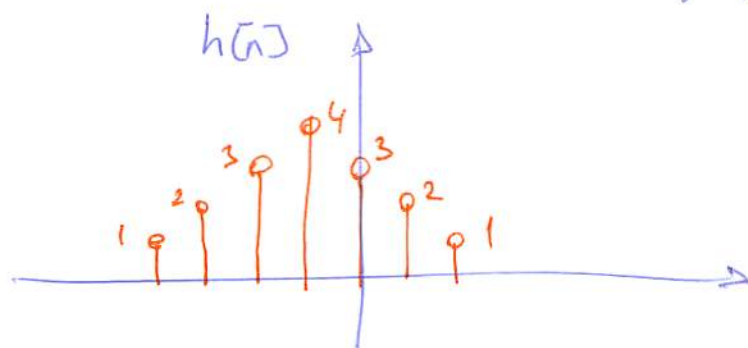
$$h[n] = \mu[n+4] - \mu[n-4]$$

b) Cascada:

$$h[n] = h_1[n] * h_2[n]$$



Recomiendo a la convolución gráfica...



\* Hoja 1, n° 6.

$$a) \quad x[n] * y[n] = \sum_{k=-A}^A x[k] y[n-k] = \sum_{k=-A}^A x[k] \cdot y[-(k-n)]$$

$$x[n] * y[-n] = \sum_{k=-A}^A x[k] y[k-n] = r_{xy}[n]$$

$$\boxed{r_{xy}[n] = x[n] * y[-n]}$$

Podemos calcular la correlación como una convolución.

$$b) \quad \left. \begin{aligned} r_{xy}[n] &= x[n] * y[-n] \\ r_{yx}[n] &= y[n] * x[-n] \end{aligned} \right\}$$

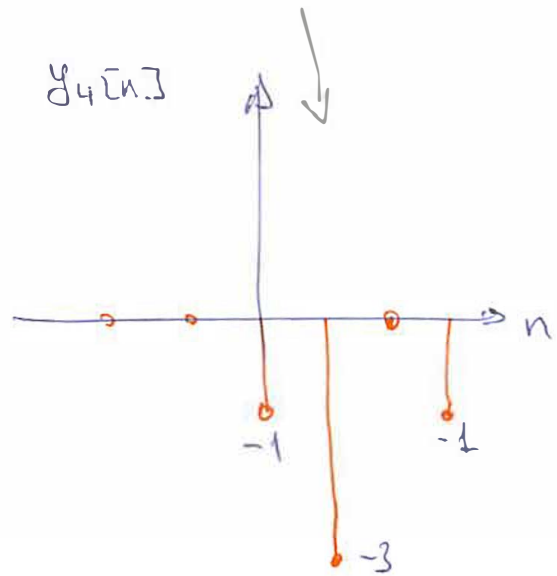
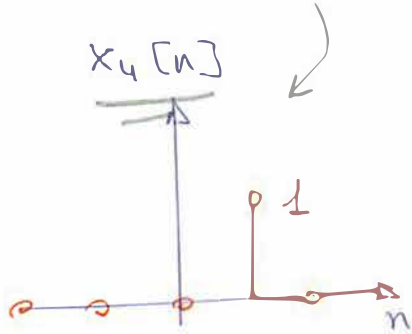
Como la convolución es conmutativa...

$$r_{yx} = x[-n] * y[n] = r_{xy}[-n]$$

No se cumple que sea una operación conmutativa. El resultado está adelantado.

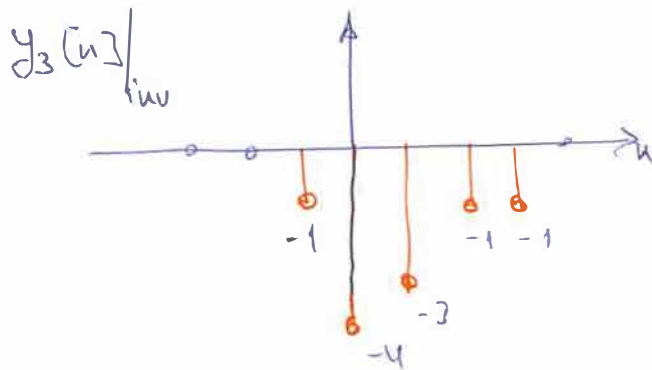
\* Hoja de problema 3, 4, 7

Como es lineal  $\Rightarrow$  definio  $x_4[n] = \frac{1}{2}x_2[n] - \frac{1}{2}x_1[n] \rightarrow y_4[n] = \frac{1}{2}(y_2[n] - y_1[n])$



$$x_3[n] = x_4[n] + x_4[n+1]$$

¿Es invariante? Como lineal si es, si además es invariante tiene que cumplir que  
Si fuese invariante...  $y_3[n]_{inv} = y_4[n] + y_4[n+1]$



$\neq y_3[n]$

Es Variante  
(o no invariante).

Ahora vamos a determinar la respuesta al impulso:

$\delta[n] = x_3[n] - x_4[n]$ . Como es lineal, podemos hacer este cálculo:

