

PRÁCTICA 4.- Radar Doppler

Duración: 2 horas (1 sesión)

La implementación de un Radar Doppler requiere de cierto procesamiento realizado en el dominio frecuencial, entrando en juego algunos parámetros propios de este dominio. Para ello, es necesario conocer previamente las ventanas espectrales, sus propiedades, y el uso de las mismas mediante el procesamiento conocido como enventanado.

El análisis de señales en el dominio de la frecuencia implica el enventanado de las mismas en el dominio del tiempo. La principal herramienta para conocer la información frecuencial de una señal es la Transformada de Fourier (TF), que está definida para señales de longitud infinita. Sin embargo, en ninguna aplicación real se dispone de infinitas muestras de una señal, de forma que implícitamente se dispone de una señal infinita multiplicada por un pulso rectangular, o ventana rectangular, cuya duración coincide con la duración finita de la señal que tenemos. Por ello, siempre que se estudia el espectro de una señal, éste realmente está convolucionado con la TF de la ventana rectangular, es decir, con una *sinc*. Esa es la razón de la aparición de diferentes lóbulos, nulos, etc.

En muchos casos, el planteamiento que se puede hacer es considerar que, ya que la TF va a aparecer convolucionada con la transformada de la ventana, quizá sea preferible utilizar otra ventana distinta de la rectangular y cuyas propiedades espectrales sean más beneficiosas: menor nivel de lóbulos secundarios, diferente anchura del lóbulo principal, etc.

Para esta tarea (también para diseño de filtros) se han propuesto muchos tipos de ventanas; en cualquier caso, la ventana siempre actúa limitando la duración de la señal en el tiempo.

$$y[n] = x[n]w[n], \quad \text{con } w[n] = 0 \text{ fuera del intervalo } 0 \leq n \leq L-1$$

Las propiedades fundamentales de las ventanas se describen habitualmente en el dominio de la frecuencia: la transformada de Fourier de la señal enventanada es la convolución periódica de la transformada de Fourier de la señal original con la transformada de Fourier de la ventana:

$$y[n] = x[n]w[n] \xrightarrow{TF} Y(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)W(\omega - \theta)d\theta$$

El parámetro más básico en una ventana es su longitud y resulta evidente que a medida que ésta aumenta disminuye la anchura del lóbulo principal. Un segundo parámetro básico es la amplitud de los lóbulos secundarios: la ventana rectangular es la que tiene los peores (mayores) lóbulos secundarios, y la gran mayoría de tipos de ventanas se han propuesto con el fin de reducir éstos. La medida más habitual para cuantificar estos lóbulos secundarios es la amplitud del lóbulo secundario más alto.

4.1.- Ejercicio 1. Genere una ventana rectangular de longitud 21. Calcule su DFT por medio de la instrucción `fft.m` de MatLab (utilice, ahora y más adelante cuando se enfrente al mismo problema, una longitud al menos 4 ó 5 veces la de la ventana) y dibújela representando el eje vertical en dB y en el horizontal pulsación discreta. Repita

el ejercicio anterior para diferentes longitudes de ventana: 8 y 64, empleando siempre DFTs de la misma longitud. Repita este apartado empleando ventanas de hamming y hanning (instrucciones hamming y hanning de MatLab). Observe, para cada tipo de ventana, cómo varía la anchura del lóbulo principal y la relación entre el lóbulo principal y los secundarios, al variar la longitud de la ventana. Observe también las diferencias entre cada tipo de ventana para una misma longitud; compárelas, y razone que aplicación puede tener cada una de ellas.

(Nota: normalice a 0dB el módulo de las transformadas para una apropiada comparación)

4.2.- Resolución espectral

Se llama resolución espectral a la capacidad de detectar dos tonos muy cercanos en frecuencia sin que se confundan o mezclen por efecto de la convolución con la TF de una ventana. La resolución espectral que proporciona una ventana viene dada por la anchura de su lóbulo principal: la resolución será tanto mayor cuanto más estrecho sea éste. De aquí en adelante entenderemos por resolución espectral de un determinado algoritmo su capacidad para distinguir dos frecuencias muy próximas. Sean las señales

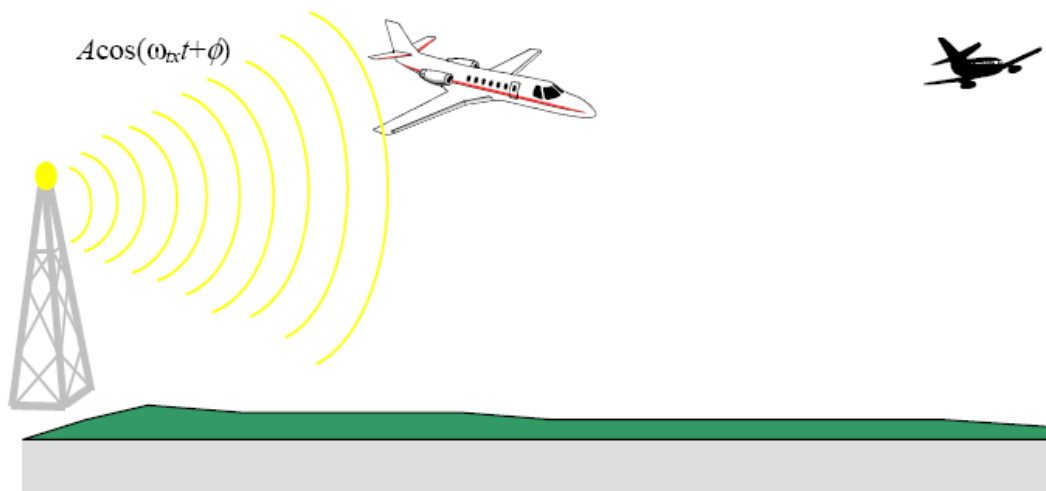
$$x_1[n] = A_1 e^{j(\omega_1 n + \phi_1)} \quad y \quad x_2[n] = A_2 e^{j(\omega_2 n + \phi_2)}$$

y $\Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ el parámetro cuya variación vamos a estudiar. El algoritmo que vamos a considerar será la FFT y la señal a analizar será la suma de las dos anteriores $x_1[n]$ y $x_2[n]$. Tomaremos $A_1 = A_2 = 1$.

Genere un segmento de la señal $y[n] = x_1[n] + x_2[n]$ (para $n = 0, 1, \dots, L-1$). Las fases deben ser constantes y elegidas aleatoriamente con distribución uniforme (rand) en el intervalo $0 \leq \phi_i \leq 2\pi$ (con $i = 1$ ó 2). Utilice una longitud $L = 64$, calcule una FFT con una longitud igualmente de 64 muestras, y dibuje su módulo. Varíe las dos frecuencias y determine aproximadamente cuál es el mínimo valor de $\Delta\omega$ para el que todavía pueden distinguirse dos picos en la FFT. Repita varias veces la generación de la señal y el cálculo de la FFT para cada separación de frecuencias, de manera que sus conclusiones no estén sesgadas por el hecho de considerar una realización u otra de la fase.

Repita el ejercicio anterior pero empleando, para el mismo segmento de señal, FFTs de longitudes 128 y 256 ¿Mejora la resolución espectral si se aumenta la longitud de la FFT? ¿Cuáles son los beneficios de aumentar la longitud de la FFT?

4.3.- Implementación de un Radar Doppler. Un radar continuo emite una senoide $\text{Acos}(\omega_{tx}t + \phi)$. Esta señal, al interceptar un objeto en movimiento, cambia su frecuencia debido al conocido efecto Doppler estimándose la velocidad del mismo.



El radar continuo de un aeródromo recibe la señal x contenida en los ficheros *radar.mat* y *radar2.mat*. Estas señales son el resultado de **demodular** y **muestrear** la señal en antena y tienen la forma,

$$x[n] = r[n] + \sum_{i=1}^M A_i \cos(\omega_i n + \phi_i)$$

donde $r[n]$ es un ruido blanco gaussiano, M el número de blancos y ω_i la frecuencia Doppler de cada uno de ellos. Se pide detectar automáticamente para esta señal, primero el número de blancos M y determinar después sus frecuencias Doppler y sus velocidades v_i . Utilice los siguientes datos (tenga en cuenta que se está empleando *subsampling*):

- $F_{tx} = 3$ GHz.
- La frecuencia de muestreo de la señal demodulada: $F_s = 2,5$ KHz.

Ensaye diferentes ventanas y compruebe cuales de ellas dan mejores resultados. ¿Obtiene distinto número de blancos utilizando las distintas ventanas? ¿Por qué?

NOTA: Emplee como expresión de la frecuencia Doppler $F_i = F_{tx}(v_s - v_i)/(v_s - v_0)$, donde v_s es la velocidad de propagación de la señal (la velocidad de la luz), v_i es la velocidad del móvil i -ésimo, y v_0 es la velocidad del transmisor, cero en este caso.

NOTA 2: Por efecto del *subsampling*, es posible que el espectro discreto resultante no proceda del rango $[F_{tx} - F_s/2, F_{tx} + F_s/2]$, sino de otra réplica espectral. En ese caso, no queda más remedio que probar diferentes opciones manualmente hasta que las velocidades resultantes sean razonables.

[Opcional] Escriba una función MatLab que tome las siguientes entradas y salidas:

$$[M, W, V] = \text{detector}(x)$$

donde W es un vector de dimensión $1 \times M$ que tiene como elementos ω_i y V es otro vector con la misma dimensión que contiene las velocidades v_i .