

Análisis y Diseño de Filtros Digitales

Cambio de dominio de representación

Filtros digitales

- Función de sistema de filtros digitales

$$\sum_{k=0}^M a_k y[n - k] = \sum_{k=0}^N b_k x[n - k]$$

- Aplicando la transformada z:

$$\sum_{k=0}^M a_k z^{-k} Y(z) = \sum_{k=0}^N b_k z^{-k} X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}} = \frac{b_0 \prod_{k=1}^N (1 - c_k z^{-1})}{a_0 \prod_{k=1}^M (1 - d_k z^{-1})}$$

- La dependencia con la entrada determina los ceros del sistema
- La dependencia con la salida determina los polos del sistema

Transformada z inversa

1. Por inspección

Transformada z inversa

2. Por desarrollo de la expresión de la TZ

Transformada z inversa

3. Por descomposición en factores simples

Transformada z inversa

3. Por descomposición en factores simples

Ejemplo:

Cambio de dominio de representación

- Vamos a verlo con un ejemplo [Oppenheim, 5.24].
- *Un sistema causal, lineal e invariante con el tiempo tiene la siguiente función de sistema:*

$$H(z) = \frac{(1 - 1.5z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0.7jz^{-1})(1 - 0.7jz^{-1})}$$

- Escriba la ecuación en diferencias satisfecha por la entrada y la salida del sistema.*
- Dibuje el diagrama de polos y ceros, e indique la ROC correspondiente del sistema.*
- Haga un boceto de la amplitud de la respuesta en frecuencia del sistema.*
- Establezca si las siguientes afirmaciones son ciertas:*
 - *El sistema es estable*
 - *La amplitud de la respuesta en frecuencia tiene un pico cerca de $\omega = \pm\pi/4$.*
 - *El sistema tiene un inverso causal y estable.*

Cambio de dominio de representación

- Vamos a verlo con un ejemplo [Oppenheim, 5.24].
- *Un sistema causal, lineal e invariante con el tiempo tiene la siguiente función de sistema:*

$$H(z) = \frac{(1 - 1.5z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0.7jz^{-1})(1 - 0.7jz^{-1})}$$

- a) *Escriba la ecuación en diferencias satisfecha por la entrada y la salida del sistema.*

Cambio de dominio de representación

- Vamos a verlo con un ejemplo [Oppenheim, 5.24].
- *Un sistema causal, lineal e invariante con el tiempo tiene la siguiente función de sistema:*

$$H(z) = \frac{(1 - 1.5z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0.7jz^{-1})(1 - 0.7jz^{-1})}$$

- b) Dibuje el diagrama de polos y ceros, e indique la ROC correspondiente del sistema.*

Cambio de dominio de representación

- Vamos a verlo con un ejemplo [Oppenheim, 5.24].
- *Un sistema causal, lineal e invariante con el tiempo tiene la siguiente función de sistema:*

$$H(z) = \frac{(1 - 1.5z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0.7jz^{-1})(1 - 0.7jz^{-1})}$$

- c) *Haga un boceto de la amplitud de la respuesta en frecuencia del sistema*

Cambio de dominio de representación

- Vamos a verlo con un ejemplo [Oppenheim, 5.24].
- *Un sistema causal, lineal e invariante con el tiempo tiene la siguiente función de sistema:*

$$H(z) = \frac{(1 - 1.5z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.9z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 + 0.7jz^{-1})(1 - 0.7jz^{-1})}$$

d) *Establezca si las siguientes afirmaciones son ciertas:*

- *El sistema es estable*
- *La amplitud de la respuesta en frecuencia tiene un pico cerca de $\omega = \pm\pi/4$.*
- *El sistema tiene un inverso causal y estable.*