

Análisis y Diseño de Filtros Digitales

Filtros digitales en el plano z

Filtros digitales

- Función de sistema de filtros digitales

$$\sum_{k=0}^M a_k y[n - k] = \sum_{k=0}^N b_k x[n - k]$$

- Aplicando la transformada z:

Filtros digitales

- Función de sistema de filtros digitales

$$\sum_{k=0}^M a_k y[n - k] = \sum_{k=0}^N b_k x[n - k]$$

- Aplicando la transformada z:

$$\sum_{k=0}^M a_k z^{-k} Y(z) = \sum_{k=0}^N b_k z^{-k} X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}} = \frac{b_0}{a_0} \frac{\prod_{k=1}^N (1 - c_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^M (1 - d_k z^{-1})}$$

- La dependencia con la entrada determina los ceros del sistema
- La dependencia con la salida determina los polos del sistema

- Sistema inverso:

$$H(z)H_i(z) = 1 \Rightarrow H_i(z) = \frac{1}{H(z)} = H^{-1}(z)$$

- Si el sistema es lineal, invariante y causal:

$$\text{ROC: } |z| > \max |d_k|$$

- No contiene polos
- Los polos quedan encerrados

- Si el sistema, además, es estable:

$$|z| = 1 \in \text{ROC} \Rightarrow \max |d_k| < 1$$

- La circunferencia unidad debe estar contenida en la ROC
- Esto implica que todos los polos deben estar dentro de la circunferencia unidad

- Para que un sistema lineal, invariante, causal y estable tenga inverso lineal, invariante, causal y estable...

- Los polos del sistema son los ceros del inverso, y viceversa
- Por tanto... todos los polos y los ceros del sistema deben estar contenidos dentro de la circunferencia unidad
- **Sistemas de fase mínima**