

Señales y sistemas de variable discreta

Muestreo y reconstrucción

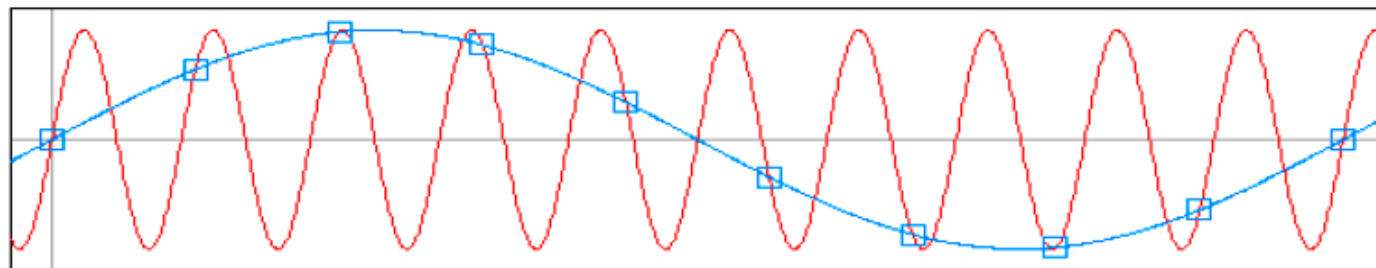
Señales de variable discreta

Aliasing

- Conclusiones:

- La periodicidad de un tono discreto no está garantizada
- Las señales de pulsación $|\omega| > \pi$ son indistinguibles de una réplica con $|\omega| \leq \pi$

- Aliasing



- Sólo puede reconstruirse una réplica espectral contenida en

$$f \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad \omega \in [-\pi, \pi]$$

- La frecuencia discreta se define como una normalización de la frecuencia de la señal analógica dada por

$$f = \frac{F}{F_S}$$

- Existe un eje de frecuencias en variable continua equivalente al de variable discreta
- Cambia el concepto de frecuencias altas y bajas con respecto al espectro de una señal de variable continua

Señales de variable discreta

Muestreo

- Todas las señales fuera del rango $\omega \in [-\pi, \pi]$ son indistinguibles de señales dentro de ese rango.
- En variable discreta (señales muestreadas) no tiene sentido trabajar con señales con pulsación fuera de ese rango, porque no se va a representar correctamente.
- La velocidad de muestreo no es suficiente para seguir los cambios en la señal.

$$|\omega| \leq \pi$$

$$|2\pi f| \leq \pi \Rightarrow |2\pi F/F_s| \leq \pi$$

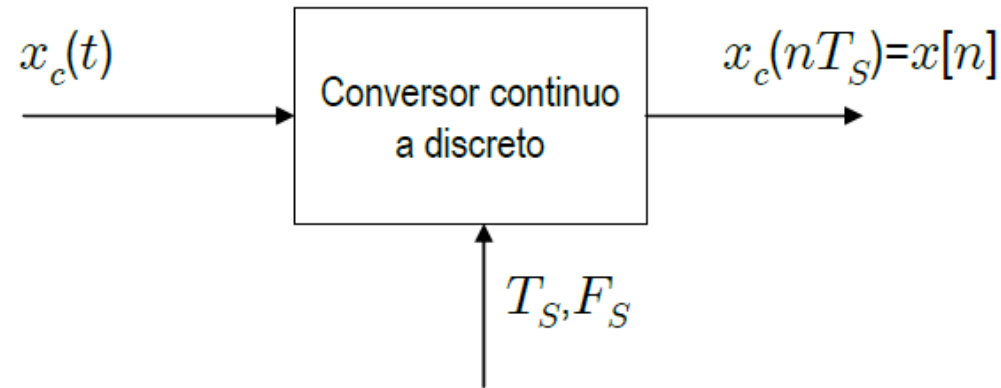
$$f \leq 0.5 \quad F_s \geq 2F$$

- El Teorema de Muestreo aparece como consecuencia del *aliasing*, como condición para evitarlo.
- La frecuencia *límite* de muestreo se denomina **Frecuencia de Nyquist**

Señales de
variable discreta
Muestreo

MUESTREO DE SEÑALES CONTINUAS

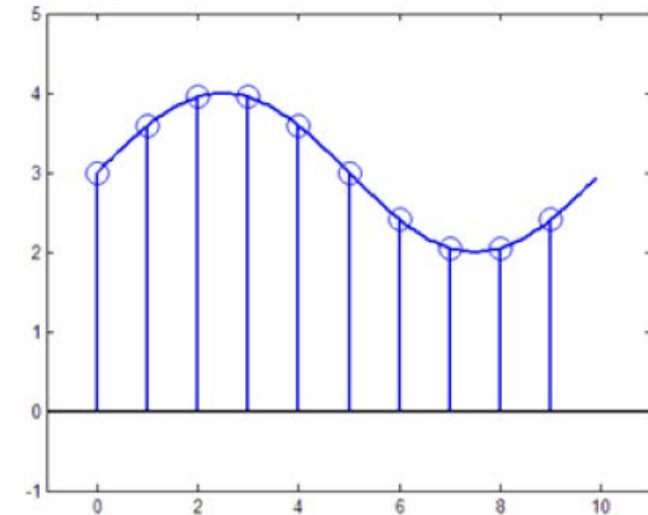
- Muestreo periódico
 - Consiste en tomar muestras equiespaciadas de la señal continua



T_S = período de muestreo

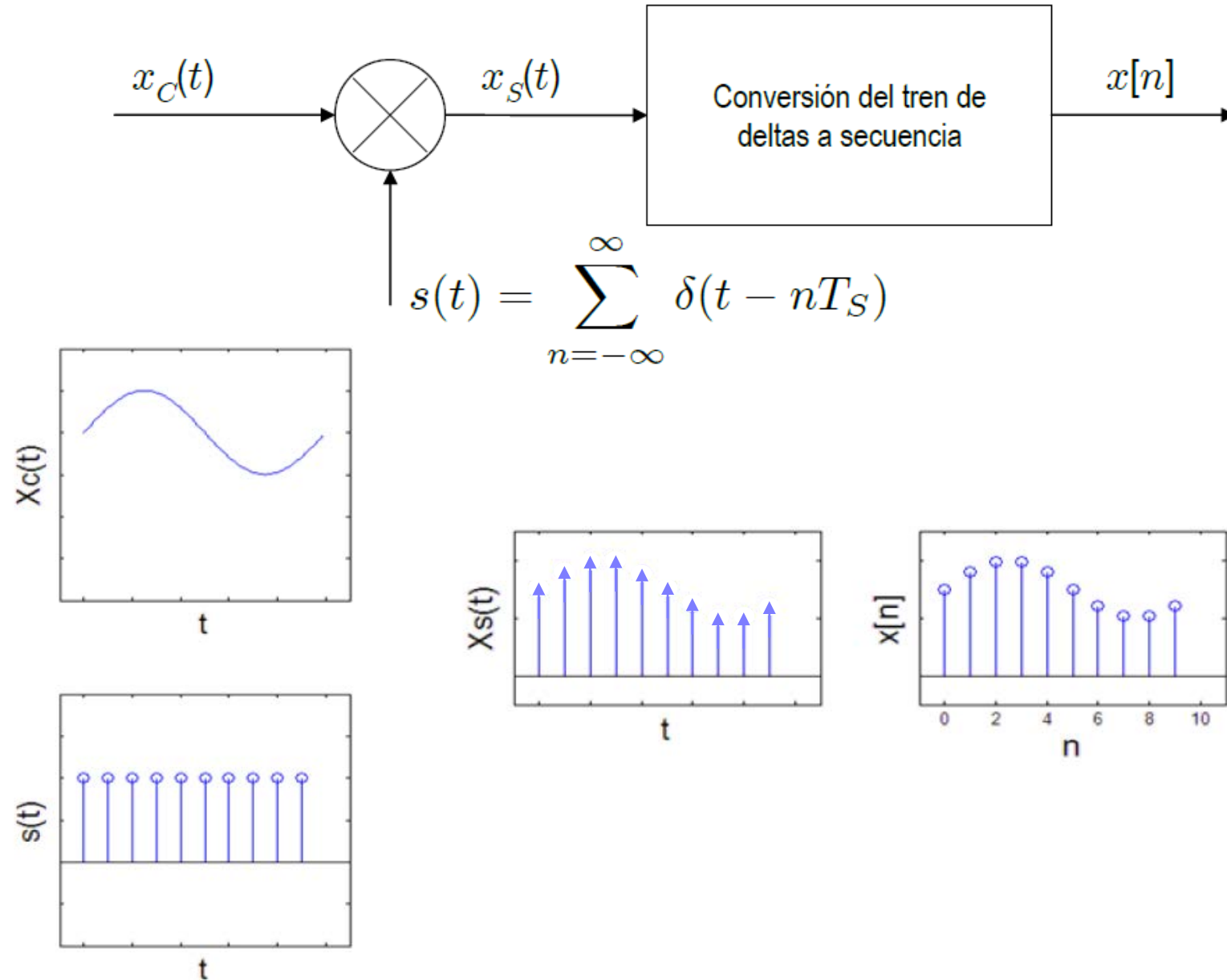
$F_S = 1/T =$ frecuencia de muestreo

- Cuando manejamos una secuencia, no disponemos de información referente al período con que ha sido muestreada la señal continua original.

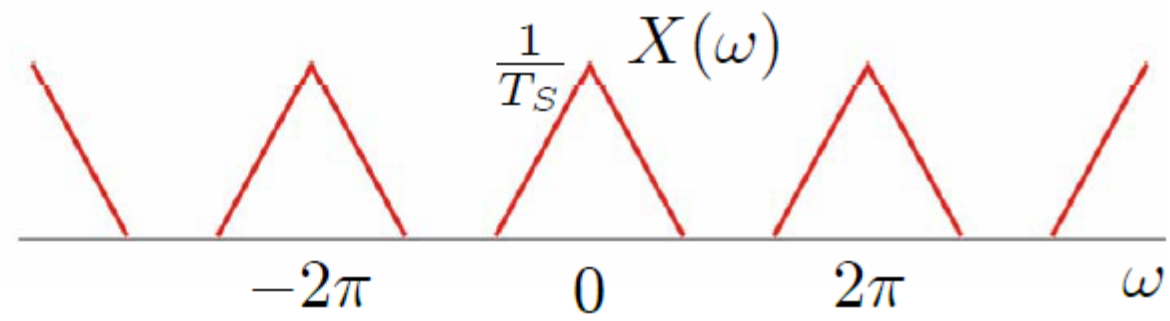
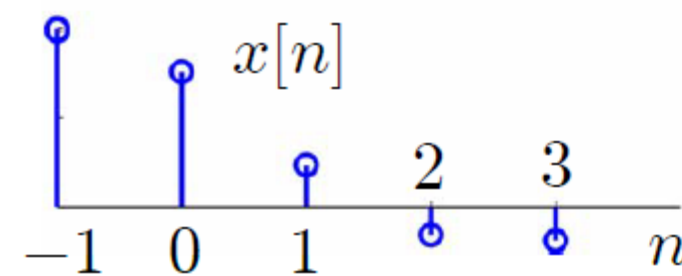
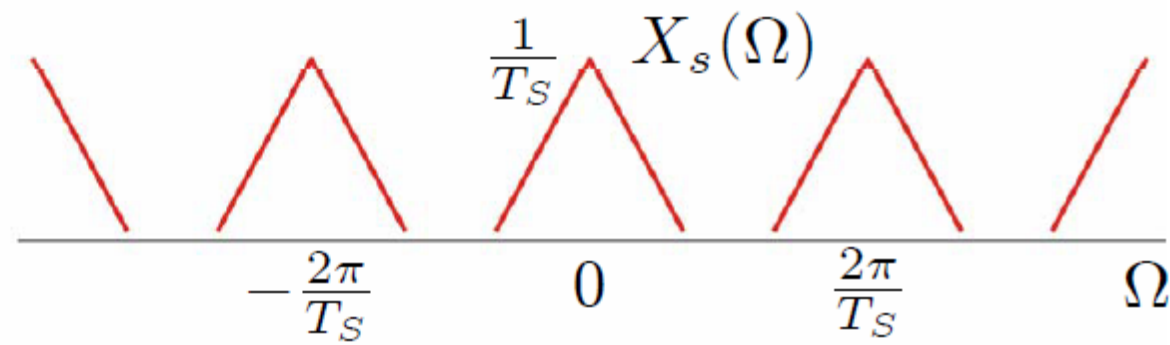
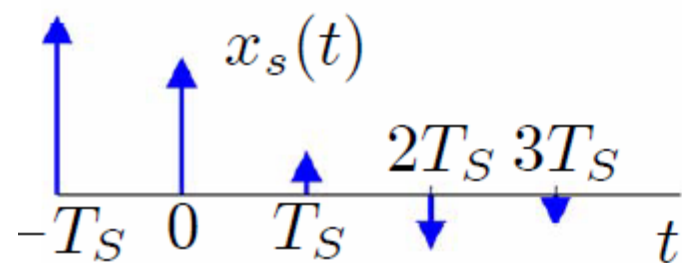
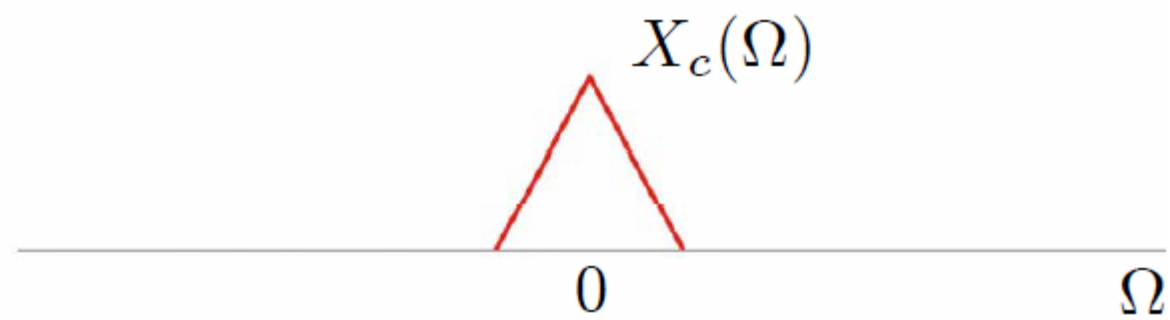
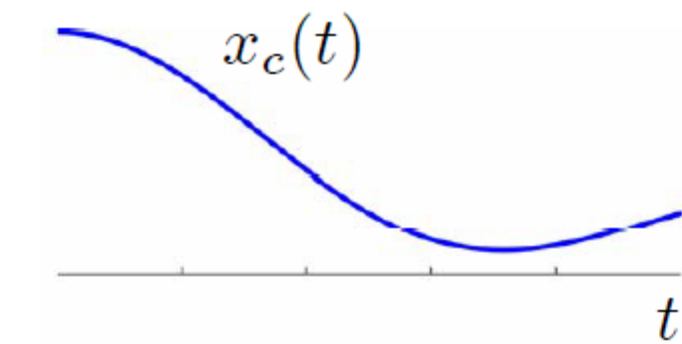


Señales de
variable discreta
Muestreo

Representación detallada de la conversión de continuo a discreto

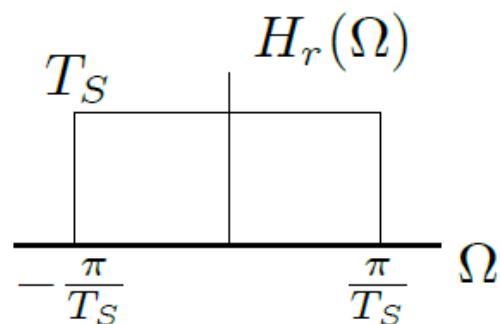
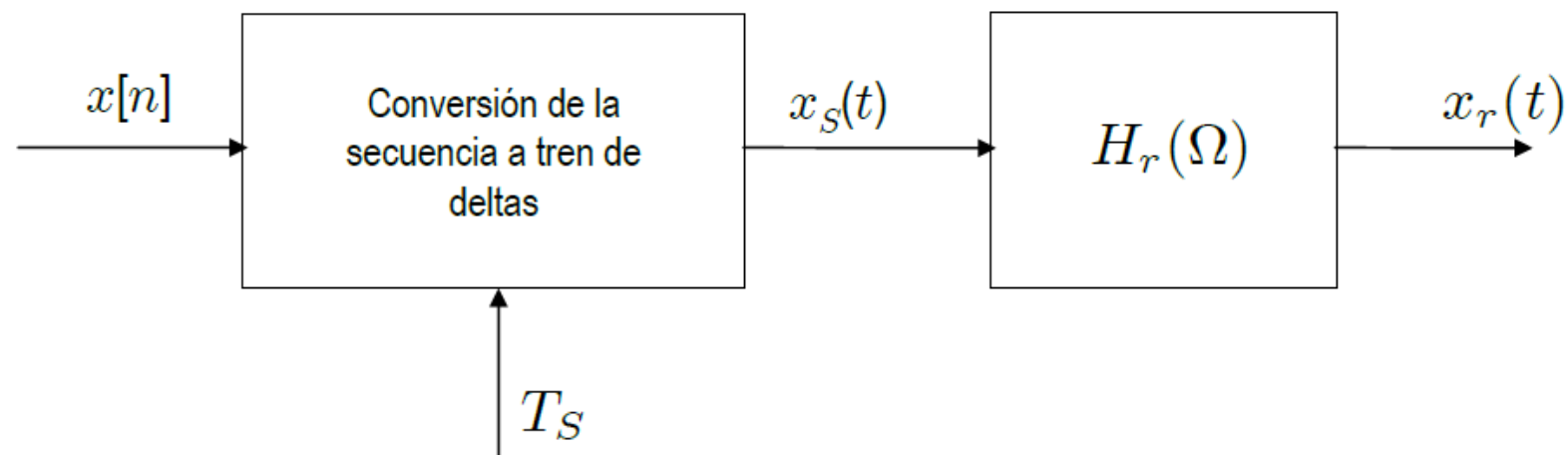


Señales de
variable discreta
Muestreo



Señales de
variable discreta
Reconstrucción

Reconstrucción de una señal de banda limitada a partir de sus muestras



$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT_S)$$

$$x_r(t) = x_s(t) * h_r(t)$$

Señales de
variable discreta
Reconstrucción

- Así, la señal reconstruida es

$$x_r(t) = x_s(t) * h_r(t)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT_s) * h_r(t)$$

$$x_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot h_r(t)$$

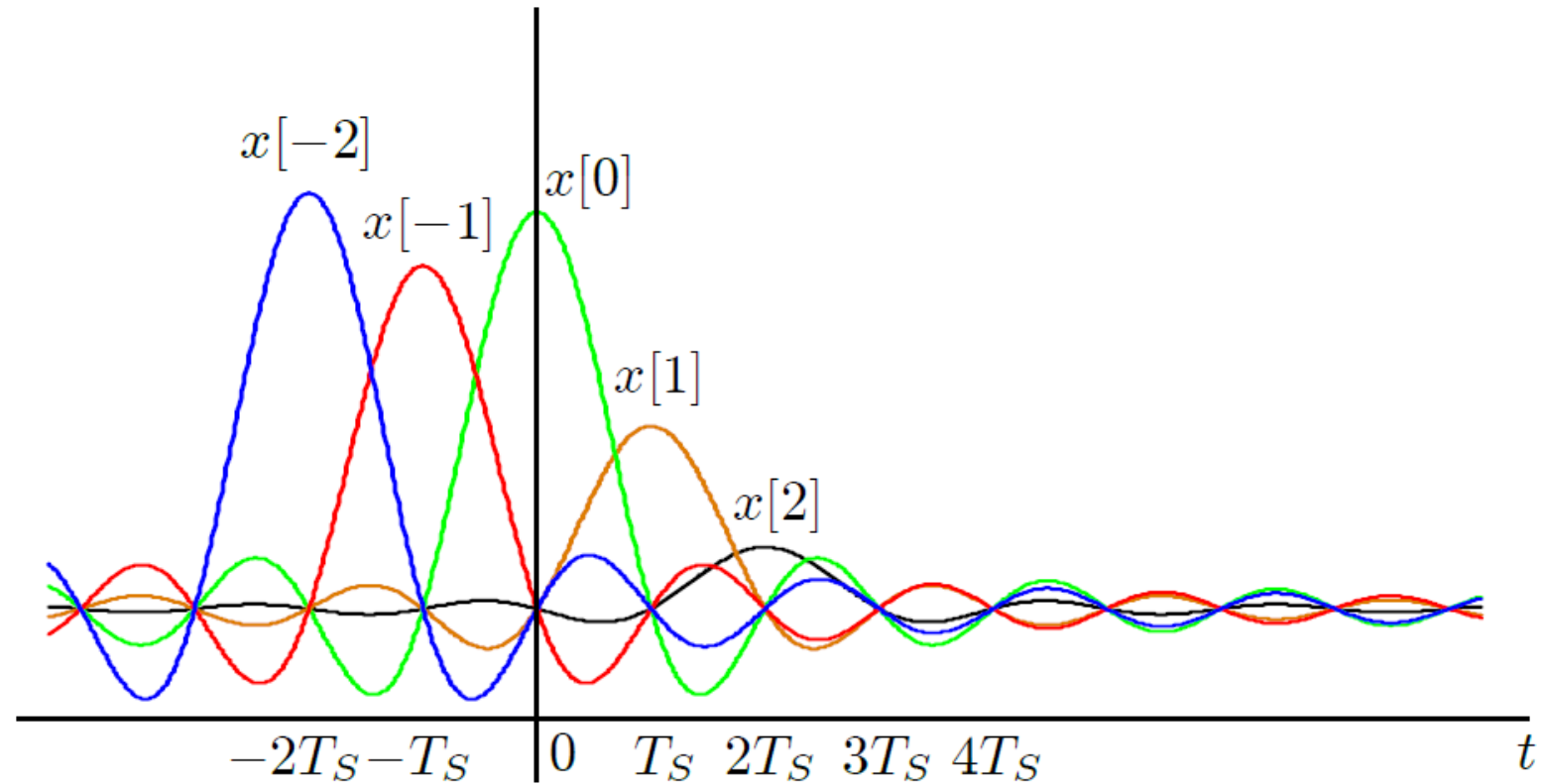
- Tenemos un tren de respuestas al impulso del filtro de reconstrucción, separadas T_s y escaladas por $x[n]$
- Además, tenemos que

$$h_r(t) = \text{sinc} \left(\frac{t}{T_s} \right)$$

- Tenemos *sincs* separadas T_s , que es exactamente la distancia entre sus nulos

Señales de
variable discreta
Reconstrucción

- Resulta:



- En los instantes de muestreo, el valor es exactamente el de cada muestra, y por tanto el de la señal muestreada original
- En el resto de instantes, sabemos que también coincide por la interpretación en el dominio transformado