

Señales y sistemas de variable discreta

Propiedades de la Transformada de Fourier

Representación frecuencial

Propiedades

- Propiedades de la Transformada de Fourier (variable discreta)

- Linealidad

$$TF\{\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]\} = \alpha TF\{x_1[n]\} + \beta TF\{x_2[n]\}$$

$$TF\{\alpha x_1[n] + \beta x_2[n]\} = \alpha X_1(\omega) + \beta X_2(\omega)$$

- Si $x[n]$ es una señal real, entonces

$$X(\omega) = X^*(-\omega)$$

- Si $x[n]$ es una señal real y par, entonces $X(\omega)$ es real y par

- Retardo

$$TF\{x[n - n_0]\} = e^{-j\omega n_0} X(\omega)$$

- Modulación

$$TF\{e^{j\omega_0 n} x[n]\} = X(\omega - \omega_0)$$

- Conjugación

$$TF\{x^*[n]\} = X^*(-\omega)$$

- Abatimiento

$$TF\{x[-n]\} = X(-\omega)$$

Representación frecuencial Propiedades

- Propiedades de la Transformada de Fourier (variable discreta)

- Convolución

$$TF\{x[n] * y[n]\} = X(\omega)Y(\omega)$$

- Producto

$$TF\{x[n]y[n]\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta)Y(\omega - \theta)d\theta$$

- Se cumple que

$$TF\{nx[n]\} = j \frac{dX(\omega)}{d\omega}$$

- Teorema de Parseval

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)Y^*(\omega)d\omega$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |X(\omega)|^2 d\omega$$

$$|x[n]|^2 = x[n]x^*[n]$$

Representación frecuencial

Propiedades

Sequence	Fourier Transform
1. $\delta[n]$	1
2. $\delta[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$
3. 1 $(-\infty < n < \infty)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega + 2\pi k)$
4. $a^n u[n]$ $(a < 1)$	$\frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$
5. $u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi\delta(\omega + 2\pi k)$
6. $(n + 1)a^n u[n]$ $(a < 1)$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^2}$
7. $\frac{r^n \sin \omega_p(n + 1)}{\sin \omega_p} u[n]$ $(r < 1)$	$\frac{1}{1 - 2r \cos \omega_p e^{-j\omega} + r^2 e^{-j2\omega}}$
8. $\frac{\sin \omega_c n}{\pi n}$	$X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & \omega < \omega_c, \\ 0, & \omega_c < \omega \leq \pi \end{cases}$
9. $x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq M \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	$\frac{\sin[\omega(M + 1)/2]}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega M/2}$
10. $e^{j\omega_0 n}$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k)$
11. $\cos(\omega_0 n + \phi)$	$\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [e^{j\phi}\delta(\omega - \omega_0 + 2\pi k) + e^{-j\phi}\delta(\omega + \omega_0 + 2\pi k)]$