



NOMBRE:	Nº:
---------	-----

Ejercicio 1 Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ una aplicación lineal tal que

$$\begin{aligned}T(1, 0, 1) &= 2 + x \\T(1, 1, 0) &= -x + x^2 \\T(1, 1, 1) &= 1\end{aligned}$$

- a) ¿Está definida la aplicación lineal con estos datos?. Justifica la respuesta. En caso afirmativo, calcula la matriz de dicha aplicación en las bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}_2[x]$ respectivamente.
- b) ¿ T es una aplicación inyectiva?, ¿es suprayectiva?, ¿es biyectiva? calcula una base de $\text{Ker } T$ e $\text{Im } T$ en caso de que sea posible. Justifica la respuesta.
- c) Calcula $T^{-1}\langle 1+x \rangle$ y $T^{-1}\{1\}$ y decide si son ciertas las siguientes relaciones $T^{-1}\langle 1+x \rangle \oplus T^{-1}\{1\}$ y $T^{-1}\langle 1+x \rangle \oplus T^{-1}\{1\} = \mathbb{R}^3$ justificando las respuestas.

Ejercicio 2 Aproxima mediante polinomios de grado menor o igual que 2 la función continua $f(x) = \sin(\pi x) + \cos(\pi x)$ con $x \in [0, 1]$.

Recuerda que el producto escalar en el espacio de las funciones continuas definidas en un intervalo $[a, b]$ es

$$f \cdot g = \int_a^b f(x)g(x)dx$$

Ejercicio 3 En un determinada país hay 3 empresas P , Q y R , dedicadas a la inspección técnica de vehículos, que es obligatoria cada año. Se comprueba que de forma regular, La empresa P mantiene el 50% de sus clientes, mientras que el 20% pasan a la empresa Q y el resto a la R . La empresa Q logra mantener el 40% de sus clientes, mientras que pierde el 20% en favor de la empresa P y el 40% en favor de la empresa R . Con respecto a la empresa R consigue mantener el 80% de sus clientes, y pierde el 20% restante en favor de la empresa P .

- a) Exprésese el problema matricial que describe la relación entre el número de clientes de cada empresa, en función de los clientes durante el año anterior.
- b) Indíquese la evolución del mercado a lo largo del tiempo
- c) Analícese si existe una situación tal que el reparto de clientes entre las tres empresas que se mantiene a lo largo del tiempo, si el número de vehículos cada año es constante, y de 2000000. Dé dicha situación.