

# CRISTALOFÍSICA

## TEMA 14

### PROPIEDADES ÓPTICAS

#### Interacción de las ondas electromagnéticas con los cristales

##### ÍNDICE

- 14.1 Introducción: Ondas electromagnéticas:  
Propagación, velocidad e índice de refracción
- 14.2 Espectro electromagnético
- 14.3 Dispersión
- 14.4 Incidencia de la luz sobre un material  
transparente en estado cristalino
- 14.5 Cristales y minerales isótropos transparentes
- 14.6 Cristales y minerales anisótropos transparentes

## 14.1 INTRODUCCIÓN: ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

### ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS Y ECUACIONES DE MAXWELL

Una **onda** es una perturbación física que se propaga en un determinado medio.

Una **onda electromagnética** es un campo electromagnético.

Las ondas electromagnéticas transportan una energía y una cantidad de movimiento.

- La intensidad,  $I$ , de una onda es proporcional al cuadrado de su amplitud.
- La amplitud,  $A$ , es la distancia mitad entre la cresta y el valle en una onda.
- La longitud de onda,  $\lambda$ , es la medida de la distancia entre dos puntos en fase que recorre la onda en un tiempo dado.

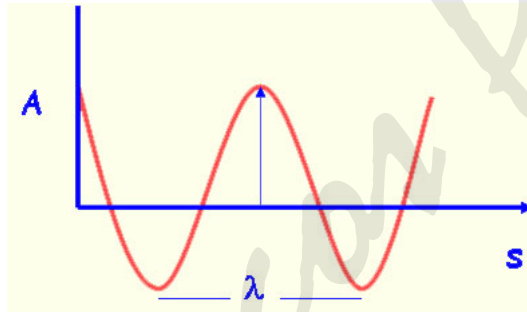


Figura 14.1.- Onda electromagnética

- La *frecuencia* ( $f$ ) es el número de vibraciones de la onda en la unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{t}$$

Ecuación 14.1

$$v = f\lambda$$

Ecuación 14.2

Un **campo electromagnético** es el estado de excitación que se establece en el espacio por la presencia de cargas eléctricas.

Se representa por dos vectores:

*campo eléctrico*  $\vec{E}$   
*inducción magnética*  $\vec{B}$

Los vectores

*Densidad de corriente eléctrica*  $\vec{j}$   
*Desplazamiento eléctrico*  $\vec{D}$   
*Vector magnético*  $\vec{H}$

permiten describir el efecto del campo sobre un objeto y la conducta de éste bajo su influencia.

Las **ecuaciones de Maxwell** representan las derivadas de los cinco vectores mencionados respecto al tiempo y al espacio.

Las ecuaciones de Maxwell se complementan con otras ecuaciones que describen la conducta de una sustancia bajo la influencia del campo electromagnético.

En ellas intervienen los siguientes vectores:

*conductividad específica* ( $\sigma$ )  
*constante dieléctrica* ( $\epsilon$ )  
*permeabilidad magnética* ( $\mu$ )

Las ecuaciones de Maxwell pueden combinarse para originar una *ecuación de onda* que debe satisfacer los vectores de campo eléctrico y campo magnético.

## **PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS**

La forma de propagarse las ondas electromagnéticas obedece a la ecuación general del movimiento ondulatorio.

La solución de esta ecuación es la de una *onda sinusoidal plana*.

El campo eléctrico y el campo magnético son siempre perpendiculares entre sí

El campo eléctrico y el campo magnético son perpendiculares a la dirección de propagación.

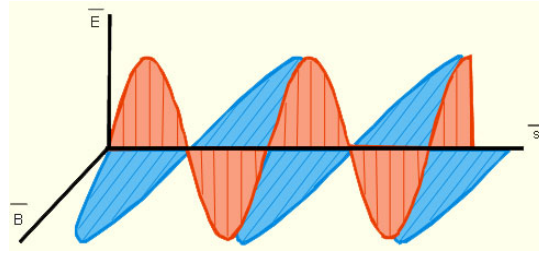


Figura 14.2.- Onda polarizada plana (campos eléctrico y magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación)

Se demuestra así que las ondas son transversales.

La evolución temporal de  $\vec{E}$  o  $\vec{H}$  en el plano perpendicular a la dirección de propagación origina *polarización*:

1. *elíptica*
2. *circular*
3. *lineal o plana*

La **propagación de la luz** en los distintos tipos de cristales puede leerse en los archivos siguientes.

1. isótropo transparente
2. anisótropo transparente
3. isótropo absorbente
4. anisótropo absorbente

Una solución particularmente importante para una ecuación de onda es la función de onda armónica que para el campo eléctrico tiene la forma:

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i(\omega t - \kappa \cdot \mathbf{r})}$$

Ecuación 14.3

y para el campo magnético viene dada por la expresión:

$$\mathbf{B} = B_0 e^{i(\omega t - \kappa \cdot \mathbf{r})}$$

Ecuación 14.4

donde:

$\omega$  es la frecuencia

t es el tiempo

$\kappa$  es el vector de onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ecuación 14.5

La velocidad de la onda es:

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Ecuación 14.6

Suponiendo que el campo eléctrico se encuentra siempre en la dirección de la componente  $y$ , perpendicular a la dirección de propagación  $s$  de la onda, significa que la parte del campo magnético variable con el tiempo está en la dirección de  $z$ , también perpendicular a la dirección de propagación  $s$  de la onda. Una onda en esta situación se dice que está *polarizada linealmente* (Figura 14.2), porque si se representa el campo eléctrico o el campo magnético en función del tiempo en un plano perpendicular a la dirección de propagación  $s$ , se obtiene una línea recta.

La **solución de la ecuación de ondas** para los distintos tipos de cristales puede leerse en los siguientes archivos.

### Cristal transparente

Viene dada por la expresión:

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

Ecuación 14.7

donde:

$k$  es la constante de propagación:

$$k = Ks$$

Ecuación 14.8

$\mathbf{K}$  el vector de ondas

$\omega$  la frecuencia

$t$  el tiempo

$s$  el espacio recorrido (espesor del cristal atravesado por la onda)

### Cristal absorbente

Viene dada por la expresión:

$$E = E_0 e^{i(\omega t - kz)}$$

Ecuación 14.9

Al sustituir  $\vec{k}$  por su valor:

$$K = \frac{\omega}{c} \vec{n} = \frac{\omega n(1+ik)}{c}$$

Ecuación 14.10

resulta:

$$E = E_0 e^{-\frac{\omega}{c} k z} e^{i\left(\frac{\omega}{c} z - t\right)}$$

Ecuación 14.11

la parte real de la expresión representa al vector eléctrico, por tratarse de una onda

plana  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ .

El vector eléctrico viene dado por la expresión:

$$E = E_0 e^{-\frac{\omega}{c} k z} \cos\left[\omega\left(\frac{nc}{c} - t\right)\right]$$

Ecuación 14.12

Dicha onda plana pierde energía a medida que atraviesa el cristal. La disminución de energía aparece representada por el término exponencial de la parte real.

### **VELOCIDAD DE LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS. VECTOR DE ONDAS E ÍNDICE DE REFRACCIÓN**

La velocidad de las ondas electromagnéticas en el vacío según Maxwell es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Ecuación 14.13

donde:

$$c = 3.108 \text{ ms}^{-1}$$

$\epsilon_0$ , permitividad del espacio libre, es la constante que aparece en las leyes de Coulomb y de Gauss.

$\mu_0$ , permeabilidad del espacio libre y es la constante que aparece en las leyes de Biot y Savarat y de Ampère.

La velocidad de las ondas electromagnéticas en un cristal o mineral es:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Ecuación 14.14

$$\sqrt{\epsilon\mu} = \frac{c}{v}$$

Ecuación 14.15

Si  $\mu = 1$ , como ocurre en los cristales transparentes:

$$\sqrt{\epsilon} = \frac{c}{v}$$

Ecuación 14.16

$$\sqrt{\epsilon} = n$$

Ecuación 14.17

$$n = \frac{c}{v}$$

Ecuación 14.18

siendo  $n$  el índice de refracción del cristal o mineral

A partir de la ecuación de onda, considerando que el campo electromagnético es monocromático y de frecuencia angular  $\omega$ , se obtiene que el vector de onda  $\kappa$  tiene el siguiente valor:

$$k = \frac{\omega}{c} N$$

Ecuación 14.19

siendo:

$N$  el índice de refracción complejo:

$$N = \left( \epsilon + \frac{4\pi\sigma}{\omega} i \right)^{1/2}$$

Ecuación 14.20

$$N = n + ix$$

Ecuación 14.21

donde:

$\kappa$  es el *coeficiente de absorción* y mide la atenuación de la onda dentro del material en estado cristalino.

$$\kappa = \frac{4\pi c}{\omega}$$

Ecuación 14.22

Cuando no hay pérdidas de absorción,  $n$ , que es el índice de refracción real, es la relación entre las velocidades de la onda en el vacío y en el material en estado cristalino, que en este caso es transparente y:

$$n = \frac{c}{v} \sqrt{\epsilon}$$

Ecuación 14.23

$$\kappa = \frac{\omega}{c} n$$

Ecuación 14.24

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Ecuación 14.25

Para el caso general:

$$k = \frac{\omega}{c} N^{\frac{1}{2}}$$

Ecuación 14.26

$\kappa$  y  $N$  son números complejos

$$N^2 = (n + ix)^2 = (n^2 - x^2) + i2nx$$

Ecuación 14.27

La velocidad que se acaba de exponer corresponde a la denominada velocidad de fase, que hay que distinguirla de la velocidad de grupo



## POLARIZACIÓN ELÉCTRICA, CAMPO ELÉCTRICO LOCAL Y VELOCIDAD DE LA LUZ EN UN CRISTAL

Los iones, átomos o moléculas de un cristal o mineral interaccionan y producen un campo eléctrico.

Este campo se modifica por la aplicación de cualquier campo eléctrico externo (ondas electromagnéticas, luz visible).

Las cargas eléctricas y el núcleo se desplazan y cada ión se convierte en un *dipolo eléctrico*.

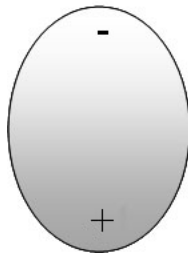


Figura 14.3.- Dipolo eléctrico

La polarización eléctrica se define como el número de dipolos por unidad de volumen.

Para determinar la velocidad de la luz en una dirección particular a través de un cristal o mineral se debe evaluar la *polarización* total.

La polarización depende de:

- Número de dipolos
- Fuerza que esos dipolos ejercen sobre los demás dipolos
- Campo eléctrico local
- campo generado en el cristal debido a la interacción de los electrones
- El efecto de los dipolos sobre la polarización de un ión particular depende de la simetría traslacional.

Los dipolos se convierten en fuentes de nuevas ondas secundarias que se combinan unas con otras y con el campo incidente y forman el campo total. Así, la velocidad de la onda en un material en estado cristalino se puede escribir mediante la siguiente expresión:

$$v = c \left( \frac{E_L}{P + E_L} \right)^{1/2}$$

Ecuación 14.28

donde:

$v$  es la velocidad en el cristal o mineral

$c$  es la velocidad de la luz en el vacío

$P$  es la polarización

$E_L$  es el campo eléctrico local

En dicha expresión se observa que la velocidad de una onda electromagnética en un cristal o mineral varía en función de la polarización y el campo eléctrico local.

De ella se deduce que:

- La polarización es mayor y la velocidad menor en una dirección con alta densidad electrónica.
- La polarización es menor y la velocidad mayor en una dirección con baja densidad electrónica.

Estas relaciones permiten predecir como diferirá la velocidad de la luz de un cristal a otro.

En cristales transparentes (permiten el paso de la luz visible) en los que la velocidad de la luz es igual en todas las direcciones (isótropos) diferirán en índice de refracción cuando lo hagan en densidad. Ejemplo: halita  $n = 1,544$  y  $\rho = 2,17 \text{ gcm}^{-3}$ ; granate  $n = 1,80$  y  $\rho = 4,32 \text{ gcm}^{-3}$ .

El índice de refracción es bastante sensible a variaciones en

- Composición química
- Estructura cristalina

En general:

- Los cristales que tienen átomos con números atómicos elevados tendrán índices de refracción relativamente altos ( $n_{\text{cristales transparentes}} \sim 1,3 \text{ a } 2,1$ ).

## 14.2 ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

Las ondas electromagnéticas se clasifican de acuerdo a su  $\lambda$  en:

- Rayos  $\gamma$
- Rayos X
- Rayos ultravioleta (UVA)
- Luz visible
- Rayos infrarrojos
- Ondas radioeléctricas

El conjunto de todas estas ondas electromagnéticas recibe el nombre de *espectro electromagnético*.

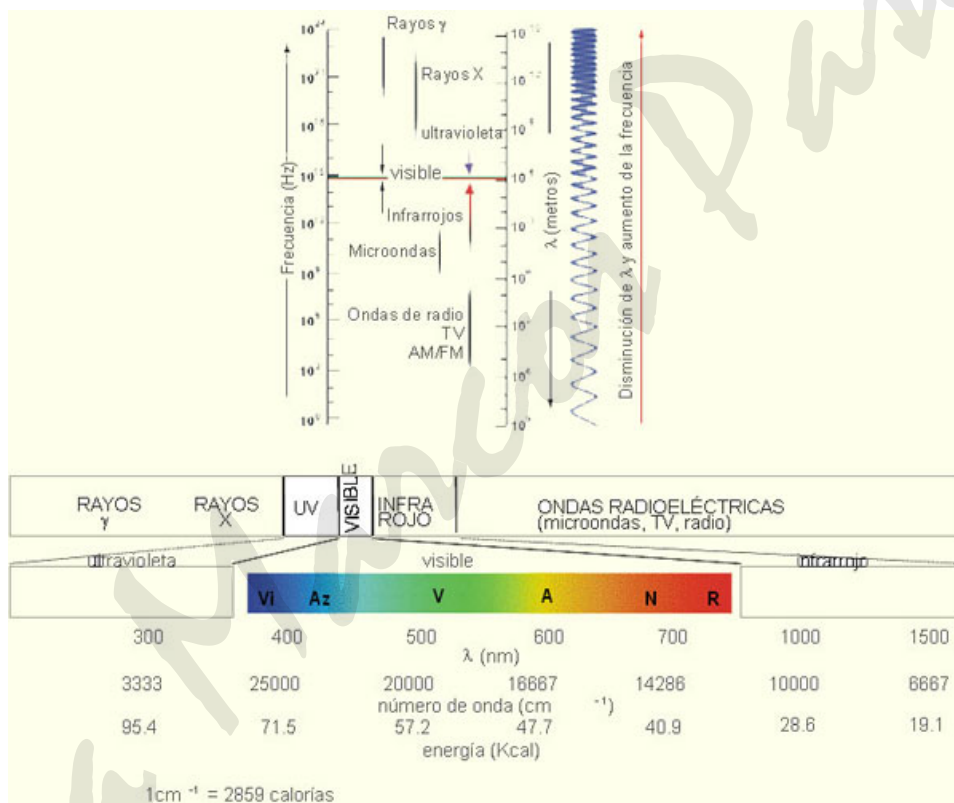


Figura 14.4.- Espectro electromagnético

**Luz monocromática:** Luz que incluye un rango muy pequeño de longitudes de onda y llega al ojo como un solo color.

Ejemplo: luz roja, luz verde, etc.

**Luz policromática:** Luz que incluye un rango amplio de longitudes de onda.

Ejemplo: luz blanca.

### 14.3 DISPERSIÓN

La dispersión se define como la variación del índice de refracción  $n$  con la temperatura  $T$  y con la longitud de onda  $\lambda$ . En general, la variación de  $n$  con  $T$  en los cristales puede considerarse despreciable.

Dispersión en cristales o minerales transparentes

Dispersión en cristales o minerales opacos

Celina Marcos P. Sanchez

## 14.4 INCIDENCIA DE LA LUZ SOBRE UN MATERIAL TRANSPARENTE EN ESTADO CRISTALINO

1. Cuando pasa desde un medio menos denso, el aire ( $n_1 = 1$ ), a un medio más denso, el cristal ( $n_2 > n_1$ ), parte de la luz se transmite a través del cristal y parte es reflejada desde el cristal (ver Figura).

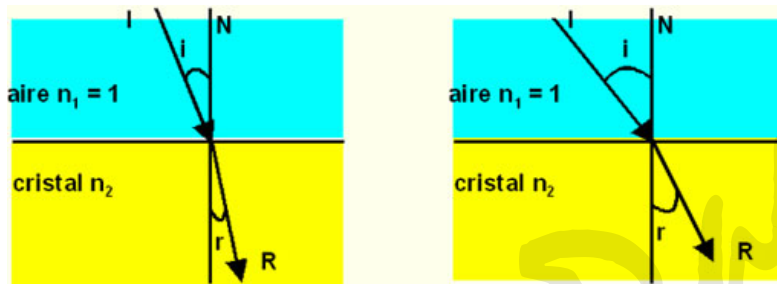


Figura 14.5.- Incidencia de la luz cuando pasa de un medio menos denso (ejemplo: aire) a un medio más denso (ejemplo: cristal)

La transmisión de la luz a través del cristal está regida por la **ley de Snell**:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = n$$

Ecuación 14.29

Donde:

$i$  es el ángulo de incidencia: ángulo entre el rayo incidente  $I$  y la normal o perpendicular a la superficie de separación de los dos medios  $N$ .

$r$  es el ángulo de refracción: ángulo entre el rayo refractado  $R$  o desviado y la normal a la superficie de separación de los dos medios  $N$ . Aumenta al aumentar  $i$ .

La reflexión de la luz desde el cristal está regida por las **leyes de la reflexión**:

- El rayo incidente  $I$ , el rayo reflejado  $R$ , la perpendicular  $N$  a la superficie de separación de los dos medios, así como los ángulos de incidencia  $i$  y de reflexión  $r$ , yacen en el mismo plano.

Es un plano perpendicular a la superficie de separación de los dos medios.

- El ángulo de incidencia  $i$  y el de reflexión  $r$  son iguales.

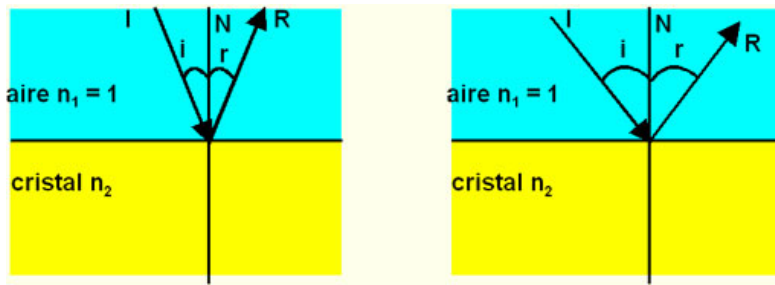


Figura 14.6.- Reflexión de la luz cuando pasa de un medio menos denso (ejemplo: aire) a un medio más denso (ejemplo: cristal)

2. Cuando la onda pasa desde un medio más denso, el cristal ( $n_2 > n_1$ ), a un medio menos denso, el aire ( $n_1 = 1$ ), parte de la luz (la que incide con ángulo inferior a ángulo crítico,  $i_c$ ) se transmite a través del aire, otra parte es reflejada internamente (la que incide con ángulo  $> i_c$ ).

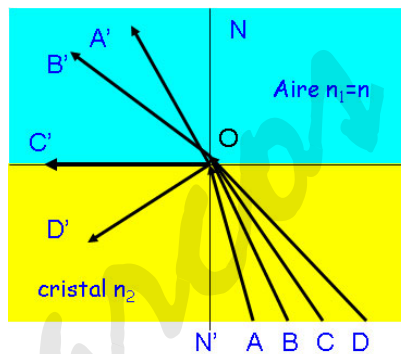


Figura 14.7.- Incidencia de la luz cuando pasa de un medio más denso (ejemplo: cristal) a un medio menos denso (ejemplo: aire). Ángulo crítico y reflexión total interna.

Donde:

Ángulo crítico,  $i_c$ , es el ángulo  $N'OC$ .

Rayo con ángulo de incidencia =  $i_c$ , C, queda rasante en la superficie de separación de los dos medios,  $C'$

Rayos con ángulo de incidencia  $< i_c$ , A o B, pasan al otro medio,  $A'$  o  $B'$

Rayos con ángulo de incidencia  $> i_c$ , D, sufren la **reflexión total interna**,

$D'$ .

3. Cuando la luz pasa desde un cristal hasta otro medio, el aire, perpendicularmente a la superficie de separación de los dos medios, la luz reduce su velocidad pero no se desvía.

Cuando la luz pasa desde el aire con un ángulo de incidencia diferente de  $90^\circ$  hasta un cristal, cuyas superficies son paralelas, y sale de nuevo al aire, ocurre lo siguiente:

- Se desvía dentro del cristal.
- Cuando sale del cristal no se desvía en relación a su trayectoria inicial.

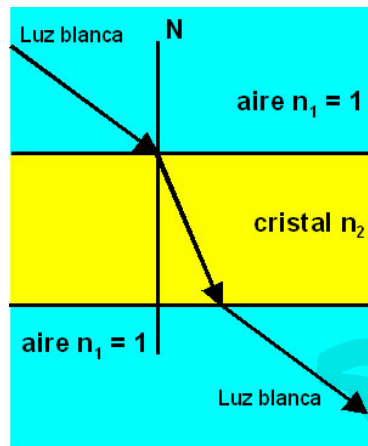


Figura 14.8.- Cuando la luz pasa desde un cristal hasta otro medio, el aire, perpendicularmente a la superficie de separación de los dos medios

Cuando la luz blanca atraviesa un prisma, se refracta o desvía dentro del prisma y cuando sale vuelve a desviarse siguiendo una trayectoria diferente a la de la luz incidente.

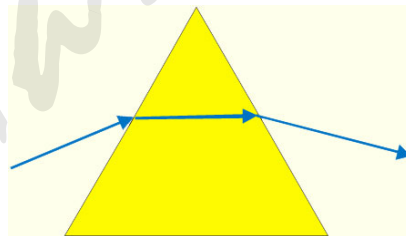


Figura 14.9.- Refracción de la luz cuando atraviesa un prisma.

Ello se debe a dos razones:

1. Las caras del prisma forman ángulo
2. Diferencia de índice de refracción entre el aire y el material del prisma.

Cuando la luz blanca atraviesa un prisma, sus colores componentes se refractan o desvían de diferente manera. Se debe a que la frecuencia de la luz de cada color (monocromática) no varía cuando pasa de un medio a otro, pero sí la  $\lambda$  y la  $v$ .

Al aplicar la ley de Snell a la luz de cada color componente de la luz blanca cuando atraviesa un prisma se observa que el que más se desvía es el azul, pues el índice

de refracción asociado es mayor ya que la longitud de onda es menor, de acuerdo a la dispersión normal.

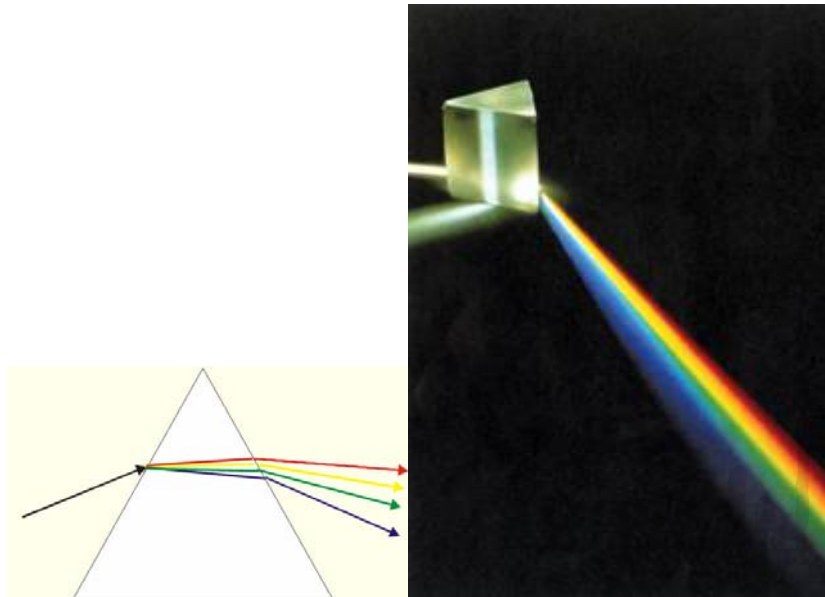


Figura 14.10.- Diferente refracción de los colores componentes de la luz blanca cuando atraviesa un prisma

Refracción de la luz a su paso por un prisma de vidrio. Dependiendo de la longitud de onda (color) del haz que incide desde la izquierda, el ángulo de refracción varía, es decir, se dispersa.



## 14.5 CRISTALES Y MINERALES ISÓTROPOS

Cristalizan en el sistema cúbico.

La luz viaja con la misma velocidad,  $v$ , en cualquier dirección.

### Transparentes

El índice de refracción,  $n$ , tiene el mismo valor en cualquier dirección.

Cualquier sección de un cristal isótropo observada con un polarizador aparece clara en un giro completo de la misma. Se debe a que:

La luz vibrando en ella está polarizada en un sólo plano, el del polarizador.

Cualquier sección de un cristal isótropo cuando se observa entre polarizadores cruzados (planos de polarización o direcciones de vibración formando ángulo de  $90^\circ$ ) aparece oscura (*extinguida*) en un giro completo de la misma. Se debe a que:

En cualquier posición de giro de la sección, la luz está polarizada en el mismo plano que la del primer polarizador, el cual es perpendicular al del segundo polarizador que no permite el paso de la luz.

La reflexión de luz monocromática polarizada linealmente a incidencia perpendicular desde la superficie de un cristal o mineral isótropo no cambia su estado de polarización, pero su intensidad disminuye respecto a la incidente en una proporción dada por la reflectancia ( $R=I_R/I_I$ )

$$R\% = \frac{(n - 1)^2}{(n + 1)^2}$$

Ecuación 14.30

### Absorbentes

- La luz incidente polarizada linealmente se refleja sin cambiar el estado de polarización, sin embargo, la reflectancia en estas superficies isótropas absorbentes depende tanto del índice de refracción como del coeficiente de absorción. Su valor en aire viene dado por la expresión:

$$R\% = \frac{(n - 1)^2 + k^2}{(n + 1)^2 + k^2}$$

Ecuación 14.31

### ESTADO DE POLARIZACIÓN

El estado de polarización de una onda, en general, no es lineal; pero ondas no

lineales pueden descomponerse en dos componentes lineales mutuamente perpendiculares. Por otra parte, y cualquiera que sea el estado de polarización, en Óptica cristalina interesan sólo las ondas denominadas *características*, que son aquellas que mantienen el estado de polarización cuando viajan a través de la materia.

Después del descubrimiento del efecto de la polarización en la primera mitad del siglo XIX, y aunque se conocía que dicho vector era transversal a la dirección de propagación, se planteó la duda sobre qué dirección debía asignarse al mismo. Como el plano de incidencia era el más fácil de definir, se tomó su intersección con el plano transversal a la normal de onda para definir el vector de polarización. Tal definición sirvió para distinguir la naturaleza de la luz reflejada en el ángulo crítico desde un cristal transparente de la vibración reflejada polarizada elípticamente a otros ángulos. Dado que la componente  $p$  (yace en el plano de incidencia) reflejada tiene un valor de cero en el ángulo crítico y la componente  $s$  (perpendicular al plano de incidencia) aumenta ligeramente, se vio que en el ángulo crítico la luz reflejada poseía solamente la componente  $s$ . Posteriormente, se mostró que la componente  $p$  correspondía al vector magnético y la componente  $s$  al vector eléctrico de la luz. Los físicos decidieron tomar el vector eléctrico de la luz como la dirección de vibración.

### ESFERA DEL ESTADO DE POLARIZACIÓN EN ESTEREOGRAMAS

- La esfera del estado de polarización es una esfera en la que cada radio representa una normal de onda para la interacción de la luz con el cristal.
- A cada normal de onda le corresponderán, en general, dos vibraciones que son mutuamente perpendiculares.
- La proyección estereográfica de esta esfera de polarización para los cristales rómbico, monoclinico y triclínico puede observarse en la Figura siguiente:



Figura 14.11.- Proyección estereográfica de la esfera de polarización

- Los puntos que yacen sobre círculos máximos que son planos de simetría óptica representan normales de onda a los que les corresponden dos vibraciones polarizadas linealmente y no dispersadas.
- Cada octante de la proyección es un área de polos de normales de onda a las que les corresponden dos vibraciones polarizadas elípticamente, en el mismo sentido, y dispersadas. Estas áreas podrían contornearse por los valores de la relación de elipticidad.
- En cada octante hay un polo que representa una normal de onda para la que el contorno de la relación de la elipticidad vale la unidad y representa las dos vibraciones que coalescen en una única vibración polarizada circularmente. Estos puntos representan los ejes de polarización circular y su posición está dispersada.
- En los **cristales rómbicos**, se muestra en la Figura 14.11a) los tres planos de simetría óptica son el lugar de las normales de onda para los que las secciones son simétricas y, por lo tanto, las ondas correspondientes están polarizadas linealmente. Para el resto de las secciones las ondas están polarizadas elípticamente, mientras que en los cuatro eje de polarización circular hay una sola vibración polarizada circularmente.

Los círculos negros representan direcciones en el hemisferio superior de la esfera de polarización, el sentido de la polarización circular viene indicado por las flechas. Los círculos a trazo discontinuo representan direcciones en el hemisferio inferior y su sentido viene representado por una flecha discontinua. En cualquier cuadrante dado, las dos vibraciones están polarizadas elípticamente y el sentido de la rotación viene marcado por las flechas de los ejes de polarización circular.

- En la Figura 14.11b) de los **cristales monoclinicos** está señalado el plano de simetría óptica en el que las vibraciones están polarizadas linealmente. También aparecen señaladas las áreas en las que las dos vibraciones están polarizadas elípticamente y su sentido de rotación viene indicado por las flechas de los ejes de polarización circular. También aparecen marcada mediante unas líneas finas los puntos donde las vibraciones están polarizadas elípticamente pero la relación de elipticidad es cero, indicando que no se dispersan.
- En la Figura 14.11c) de los cristales triclinicos, las líneas finas continuas o discontinuas indican los lugares donde la relación de la elipticidad de las dos

vibraciones polarizadas elípticamente es cero y, por lo tanto, no se dispersan. Al no poseer estos cristales secciones simétricas las vibraciones son todas polarizadas elípticamente.

*Celina Marcos P. Arce*

## 14.6 CRISTALES Y MINERALES ANISÓTROPAS

Son aquellos cristales y minerales pertenecientes a los sistemas cristalinos:

- **tetragonal**
- **hexagonal**
- **romboédrico**
- **rómbico**
- **monoclínico**
- **triclínico**

Se caracterizan porque:

- En ellos la velocidad de la luz varía con la dirección
- El valor del índice de refracción varía con la dirección.

### Transparentes

- La luz se desdobra, en general, en dos rayos o componentes.
  - Cada rayo tiene su plano de polarización o dirección de vibración perpendicular al del otro.
  - Al que viaja con mayor velocidad le corresponde menor índice de refracción.
  - Al que viaja con menor velocidad le corresponde mayor índice de refracción
- Hay una o dos direcciones en las que la luz no se desdobra.
- Cada una de estas direcciones se llama *eje óptico*.
- Cualquier sección perpendicular a un eje óptico se comporta como cualquier sección de un cristal o mineral isótropo, es decir, dicha sección es isótropa.
  - Cuando hay dos ejes ópticos:
    - El ángulo entre ellos se llama  $2V$ .
    - El plano que contiene a los dos ejes ópticos se llama *plano axial óptico*.
  - Los cristales y minerales con *un eje óptico* se llaman *uniáxicos*.
  - Los cristales y minerales con dos *ejes ópticos* se llaman *biáxicos*.
- La luz reflejada consiste de dos vibraciones mutuamente perpendiculares y polarizadas linealmente. Cada una tiene un valor de  $R$ , en función del valor de  $n$ .
  - Cada vibración puede aislarse girando la sección sobre la platina del microscopio hasta que dicha dirección de vibración coincide con la del

polarizador. Así, se puede obtener separadamente dos valores de  $R$ , máximo ( $R_2$ ) y mínimo ( $R_1$ ), para cada sección:

$$R_1 \% = \frac{(n_1 - 1)^2}{(n_1 + 1)^2}$$

Ecuación 14.32

$$R_2 \% = \frac{(n_2 - 1)^2}{(n_2 + 1)^2}$$

Ecuación 14.33

- La *birreflectancia* de la sección viene dada por la diferencia ( $R_2 - R_1$ ) y es función de la birrefringencia.

### Absorbentes

- La luz incidente polarizada linealmente se desdobra en dos vibraciones polarizadas linealmente y mutuamente perpendiculares. Cada una de las vibraciones tiene sus propios valores de  $n$  y  $k$  (coeficiente de absorción) y por lo tanto de la reflectancia, cuyos valores extremos vienen dados por las expresiones siguientes:

$$R_1 \% = \frac{(n_1 - 1)^2 + k_1^2}{(n_1 + 1)^2 + k_1^2}$$

Ecuación 14.34

$$R_2 \% = \frac{(n_2 - 1)^2 + k_2^2}{(n_2 + 1)^2 + k_2^2}$$

Ecuación 14.35

Siendo:

$$R_2 > R_1$$

y

$k_2$  y  $k_1$  los coeficientes de absorción extremos.

- La birreflectancia viene dada por la diferencia  $R_2 - R_1$ .
- La birrefringencia viene dada por la expresión  $n_2 - n_1$ .
- La biabsorbancia viene dada por la expresión  $k_2 - k_1$ .

## CRISTALES Y MINERALES UNIÁXICOS

### Transparentes

- Cristalizan en los sistemas cristalinos:
  - **Tetragonal**
  - **Hexagonal**
  - **Romboédrico**
- Se caracterizan por poseer:
  - un eje óptico
    - En los cristales y minerales uniáxicos las secciones perpendiculares al eje óptico se comportan como las secciones isótropas de los cristales y minerales isótropos.
  - *dos índices de refracción* extremos:
    - Índice de refracción **ordinario**,  $n_o$ , asociado al rayo ordinario (sigue la ley de Snell)
    - Índice de refracción **extraordinario**,  $n_e$ , asociado al rayo extraordinario (no sigue la ley de Snell)
    - Existen otros índices,  $n_g$ , con valor intermedio entre  $n_o$  y  $n_e$ .
      - Cristales y minerales **uniáxicos positivos**:  $n_e > n_o$
      - Cristales y minerales **uniáxicos negativos**:  $n_o > n_e$
    - **Birrefringencia**: diferencia entre los índices extremos,  $n_o$  y  $n_e$
  - La sección que proporciona las reflectancias ordinaria y extraordinaria,  $R_o$  y  $R_e$ , del cristal es cualquier sección paralela al eje óptico. Ambos valores representan los valores extremos de la sección y del cristal, y son los que le caracterizan. La diferencia entre ambas proporciona la birreflectancia máxima y es la que caracteriza al cristal:

$$R_o \% = \frac{(n_o - 1)^2}{(n_o + 1)^2}$$

Ecuación 14.36

$$R_e \% = \frac{(n_e - 1)^2}{(n_e + 1)^2}$$

Ecuación 14.37

### Absorbentes

- La sección que proporciona las reflectancias ordinaria y extraordinaria,  $R_o$  y  $R_e$ , del cristal es cualquier sección paralela al eje óptico. Ambos valores representan los valores extremos de la sección y del cristal, y son los que le caracterizan. La diferencia entre ambas proporciona la birreflectancia máxima y es la que caracteriza al cristal:

$$R_o \% = \frac{(n_o - 1)^2 + k_o^2}{(n_o + 1)^2 + k_o^2}$$

Ecuación 14.38

$$R_e \% = \frac{(n_e - 1)^2 + k_e^2}{(n_e + 1)^2 + k_e^2}$$

Ecuación 14.39

## CRISTALES Y MINERALES RÓMBICOS, MONOCLÍNICOS Y TRICLÍNICOS

### Transparentes

- Se caracterizan por poseer:
  - dos ejes ópticos y por ello se les denomina **biáxicos**
    - En los cristales y minerales biáxicos las secciones perpendiculares a cualquiera de los ejes ópticos se comportan como las secciones isótropas de los cristales y minerales isótropos.
  - tres *índices de refracción* extremos:

$$n_\gamma > n_\beta > n_\alpha$$

- En los cristales y minerales rómicos cada índice de refracción extremo está asociado con un eje cristalográfico, con 9 posibilidades.
- En los cristales monoclinicos sólo un índice de refracción extremo está asociado con un eje cristalográfico.
- En los cristales y minerales triclínicos, en general no hay control de la simetría.
- Existen otros índices,

$$n_{\gamma'} > n_{\beta'} > n_{\alpha'}$$

con valores intermedios entre  $n_\gamma$ ,  $n_\beta$ ,  $n_\alpha$



- Cristales y minerales **biáxicos positivos**:  $n_\beta$  más próximo a  $n_\alpha$  que a  $n_\gamma$
- Cristales y minerales **biáxicos negativos**:  $n_\beta$  más próximo a  $n_\gamma$  que a  $n_\alpha$
- **Birrefringencia**: Diferencia entre los índices extremos:  $n_\gamma$  y  $n_\alpha$
- Los cristales biáxicos se caracterizan por tres valores de la **reflectancia**: máxima ( $R_g$ ), mínima ( $R_p$ ) e intermedia ( $R_m$ ), en función de los índices de refracción mayor, menor e intermedio, que ahora se simbolizan por ( $n_g$ ), ( $n_p$ ) y ( $n_m$ ), respectivamente.

$$R_g \% = \frac{(n_g - 1)^2}{(n_g + 1)^2}$$

Ecuación 14.40

$$R_m \% = \frac{(n_m - 1)^2}{(n_m + 1)^2}$$

Ecuación 14.41

$$R_p \% = \frac{(n_p - 1)^2}{(n_p - 1)^2}$$

Ecuación 14.42

- Estos valores se obtienen a partir de dos secciones del cristal.
- La **birreflectancia** viene dada por la diferencia ( $R_g$ )- ( $R_m$ ).

### Absorbentes

En este caso no se pueden denominar biáxicos porque no poseen ejes ópticos, sino ejes de polarización circular.

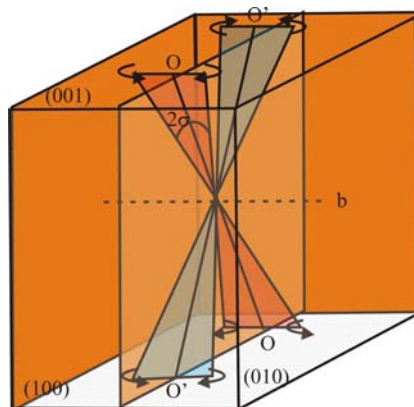


Figura 14.12.- Cristal rómbico mostrando los ejes de polarización circular.

Hay tres valores de la reflectancia que caracterizan al cristal, al igual que tres valores del índice de refracción y tres valores del coeficiente de absorción. Un aspecto a tener en cuenta es que dichos valores no tienen porqué coincidir en la misma dirección del cristal.

$$R_s \% = \frac{(n_s - 1)^2 + k_s^2}{(n_s + 1)^2 + k_s^2}$$

Ecuación 14.39

$$R_m \% = \frac{(n_m - 1)^2 + k_m^2}{(n_m + 1)^2 + k_m^2}$$

Ecuación 14.39

$$R_p \% = \frac{(n_p - 1)^2 + k_p^2}{(n_p + 1)^2 + k_p^2}$$

Ecuación 14.39

- Estos valores se obtienen a partir de dos secciones del cristal.
- La *birreflectancia* viene dada por la diferencia  $(R_g) - (R_m)$ .

## 14.7 COMPORTAMIENTO DE UN CRISTAL O MINERAL ANISÓTROPO CON LUZ POLARIZADA

Un cristal anisótropo y cualquiera de sus secciones anisótropas que se observe con un polarizador aparecerá claro en un giro completo del mismo. Se debe a que:

- Aunque una de sus direcciones de vibración sea perpendicular a la del polarizador y se anule, la otra pasa.

Un cristal anisótropo y cualquiera de sus secciones anisótropas que se observe entre polarizadores cruzados, en un giro completo, presenta:

- 4 posiciones de claridad (cada  $90^\circ$ ), que ocurren cuando:
  - Las direcciones de vibración del cristal y de los polarizadores no coinciden.
- 4 posiciones de oscuridad (*posiciones de extinción*, cada  $90^\circ$ ), que ocurren cuando:
  - Las direcciones de vibración del cristal coinciden con las de los polarizadores.
- Cuando una de las direcciones de vibración del cristal es paralela a la de un polarizador, y por lo tanto, perpendicular a la del otro, puesto que éstos están cruzados, se anula (extinción). Lo mismo ocurre con la otra dirección de vibración del cristal o mineral o sección anisótropa.
- Para pasar de una posición de claridad a otra de oscuridad o de extinción hay que girar el cristal o mineral o la sección anisótropa  $45^\circ$

## 14.8 SUPERFICIES DE REPRESENTACIÓN

- Es útil poder representar geoméricamente la variación de una propiedad del cristal con la dirección en el cristal.
- En los cristales transparentes cuando un rayo de luz polarizado linealmente interacciona con un cristal transparente, a cada dirección de vibración de la luz le corresponde un sólo valor del índice de refracción del cristal.
  - Esta propiedad puede representarse mediante un radio vector, cuya longitud es proporcional al valor de la propiedad y la dirección es la correspondiente del cristal sobre la que se ha medido la propiedad.
  - El conjunto de radio vectores, todos con el mismo origen, dan lugar a una superficie, la *indicatriz óptica* o *elipsoide de los índices*. Esta representación es posible siempre que la magnitud de la propiedad sea un número real.
  - La indicatriz óptica o elipsoide de los índices es una superficie que representa la variación del índice de refracción con la dirección de un cristal o mineral transparente, y por lo tanto, la propagación de la luz en el mismo.

Para dibujarla se elige un origen y se trazan radio vectores.

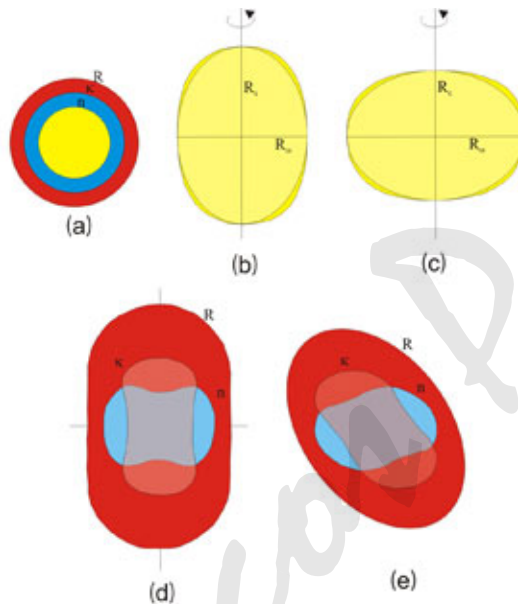
- El módulo de cada radio vector representa el valor del índice de refracción medido en la dirección del cristal o mineral indicada por el mismo.

La indicatriz óptica es:

- una esfera en los cristales o minerales isótropos
  - el módulo de los radio vectores es el mismo ya que  $n$  no varía
- un elipsoide en los cristales o minerales anisótropos
  - el módulo de los radio vectores es diferente ya que  $n$  varía entre
    - dos valores extremos,  $n_o$  y  $n_e$ , en los uniáxicos y el elipsoide es de dos ejes:  
 $n_o$  y  $n_e$
    - tres valores extremos,  $n_\alpha$ ,  $n_\beta$  y  $n_\gamma$ , en los biáxicos y el elipsoide es de tres ejes:  
 $n_\alpha$ ,  $n_\beta$  y  $n_\gamma$
- En los **cristales absorbentes** pueden darse dos casos:
  - Algunas propiedades ópticas requieren un número complejo para definir las completamente. En este caso la propiedad no puede representarse geoméricamente por una superficie en tres dimensiones. Sin embargo, el

número complejo puede desdoblarse en dos partes y representar separadamente la variación de cada una con la dirección.

- Si la vibración en el cristal es elíptica y no lineal, no se puede usar un simple radio vector para representarla. Así, aún cuando la propiedad sea un número real tampoco puede representarse geoméricamente mediante una superficie.



Superficies de representación óptica

(a) Sistema cúbico

(b) Uniáxico positivo

(c) Uniáxico negativo

(d) Sistema rómbico. Todas las superficies tienen la simetría del grupo puntual  $mmm$

(e) Sistema monoclinico. Todas las superficies tienen la simetría del grupo puntual  $2/m$ .

Figura 14.13.- Distintos tipos de superficies de representación.

## 14.9 SUPERFICIES DE REPRESENTACIÓN EN CRISTALES O MINERALES ISÓTROPAS

### Cristales transparentes

- Cuando una vibración polarizada linealmente es transmitida o reflejada desde un cristal isótropo transparente continúa siendo polarizada linealmente, independientemente de la orientación de la vibración.
- Al ser el índice de refracción un número real y de valor único para cualquier dirección la indicatriz óptica es una esfera.
  - En esta indicatriz cualquier sección es circular: isótropa

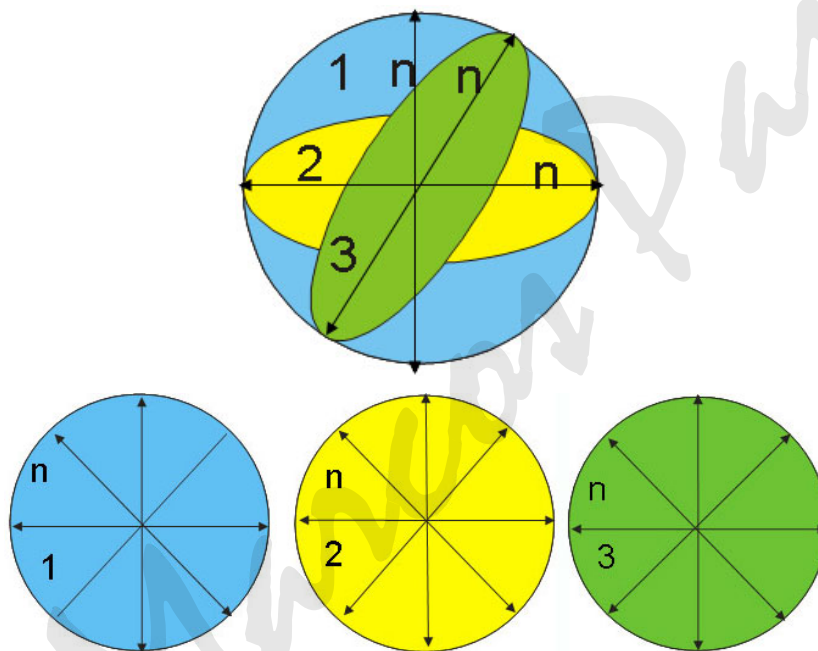


Figura 14.13.- Secciones de la indicatriz isótropa.

- Se corresponde en el cristal o mineral con cualquier sección cuyos índices de Miller genéricos sean:

$$(\mathbf{h00}) , (\mathbf{0k0}) , (\mathbf{00l}) , (\mathbf{hk0}) , (\mathbf{h0l}) , (\mathbf{0kl}) , (\mathbf{hkl})$$

- La reflectancia también es un número real, de modo que puede representarse mediante un radio vector para una dirección de vibración dada y el conjunto de radio vectores dan lugar a una esfera, denominada por Hallimond (1970) *superficie indicatriz de reflectancia*.
- En ambas esferas hay un número infinito de planos de simetría que pasan por el centro de la misma y se les denomina planos de simetría óptica. Cuando un radio vector es perpendicular a un plano de simetría óptica, implica que la

correspondiente vibración en el cristal es lineal. Por lo tanto, el uso de la superficie esférica es una manera de constatar que en un cristal isótropo cada vibración es lineal y le corresponde el mismo índice de refracción o reflectancia.

- Cada sección de la esfera representa una sección unirradial del cristal y cada diámetro es una línea de simetría óptica.

### **Cristales absorbentes**

- En los cristales isótropos absorbentes la ecuación de la indicatriz contiene un número complejo en lugar de un número real para el índice de refracción de los cristales transparentes.
  - Por esta razón, la indicatriz no puede representarse por una superficie en tres dimensiones.
  - Sin embargo, pueden representarse separadamente la variación del índice de refracción y del coeficiente de absorción con la dirección.
  - Cada una de estas representaciones da lugar a una esfera.
  - La reflectancia es un número real y puede representarse también por una esfera. El infinito número de planos de simetría óptica que muestra esta superficie indica que para cada dirección la vibración reflejada está polarizada linealmente.

## 14.10 SUPERFICIES DE REPRESENTACIÓN EN CRISTALES O MINERALES ANISÓTROPAS

### CRISTALES O MINERALES UNIÁXICOS

#### Cristales transparentes

- En este tipo de cristales la luz polarizada linealmente se desdobra, en general, en dos rayos polarizados linealmente y vibrando en planos mutuamente perpendiculares y para una normal de onda hay solamente dos ondas características que el cristal transmitirá o reflejará.
- En reflexión y a incidencia perpendicular la perpendicular a la superficie define la normal de onda.
- Se puede hablar de dos direcciones de vibración de una sección dada si se define la normal de onda.
- Si cada una de las direcciones de vibración de la sección se sitúa paralela a la dirección de vibración del polarizador, se refleja como una onda polarizada linealmente, es decir, su **estado de polarización** no cambia.
- En los cristales transparentes uniáxicos la indicatriz es un elipsoide de revolución.
  - Puede ser positiva o negativa.

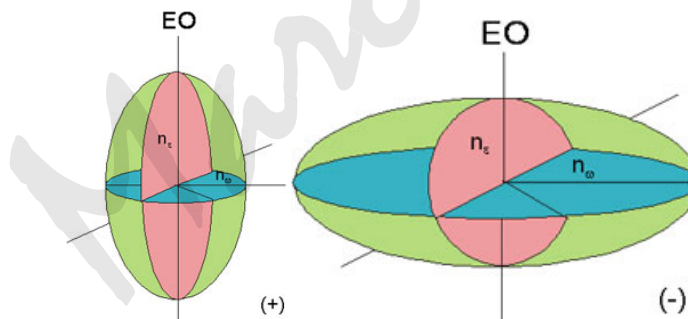


Figura 14.15.- Indicatriz óptica o elipsoide de los índices de los cristales transparentes uniáxicos

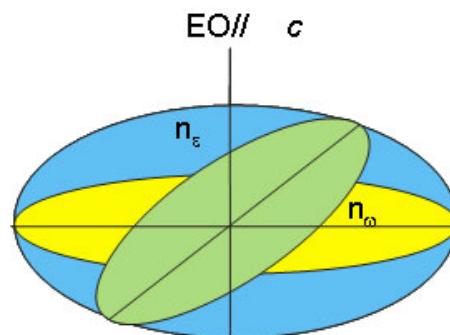


Figura 14.16.- Secciones de la indicatriz óptica de un cristal transparente uniáxico



- Se distinguen tres secciones:

A. **Sección circular:** Hay una

- **Sección  $\perp$  eje óptico:** Sección isótropa
- Se corresponde con secciones en el cristal o mineral con índices de Miller **(001)**
- Índice de refracción  $n_{\omega}$  medido en cualquier dirección

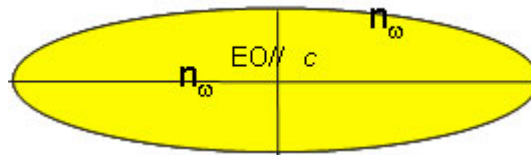


Figura 14.17.- Sección circular de un cristal uniaxial transparente

- **Secciones elípticas:** Hay dos

B. **Sección // eje óptico (// eje  $c$ ):** Sección anisótropa

- Se corresponde con secciones en el cristal o mineral con índices de Miller **(h00), (0k0), (hk0)**
- Índices de refracción:  $n_{\epsilon}$  // eje óptico y  $n_{\omega}$   $\perp$  eje óptico
- Sección más birrefringente
- Sección más pleocróica (si el cristal o mineral es pleocróico)
- Sección que muestra los colores de interferencia de orden más elevado

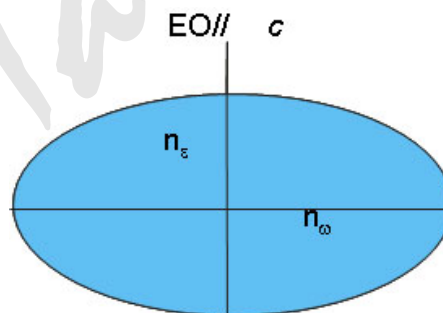


Figura 14.18.- Sección paralela al eje óptico de un cristal uniaxial transparente.

C. **Sección inclinada respecto al eje óptico:**

- Sección anisótropa
- Se corresponde con secciones en el cristal o mineral con índices de Miller **(hkl), (0kl), (h0l)**
- Índices de refracción:  $n_{\epsilon'}$  (entre  $n_{\omega}$  y  $n_{\epsilon}$ ) y  $n_{\omega} \perp n_{\epsilon'}$ .

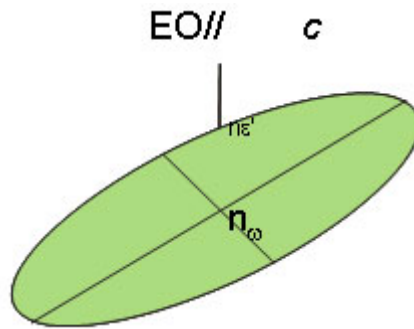


Figura 14.19.- Sección inclinada respecto al eje óptico de un cristal uniáxico transparente

La superficie indicatriz de reflectancia es también una superficie de rotación pero de rango más elevado que el elipsoide de los índices.

### Cristales absorbentes

- En estos cristales las superficies indicatrices de  $n$  y  $k$  son superficies de revolución de 8° rango y la superficie indicatriz de reflectancia es de 24° rango.
- En una superficie de revolución el plano basal (perpendicular al eje de revolución) y todos los planos principales (paralelos al eje de revolución) son planos de simetría.
- Cada uno de los planos principales se corresponden con secciones cristalinas con índices de Miller  $(hk0)$ ,  $(h00)$  o  $(0k0)$  que se caracterizan por poseer dos líneas de simetría óptica.

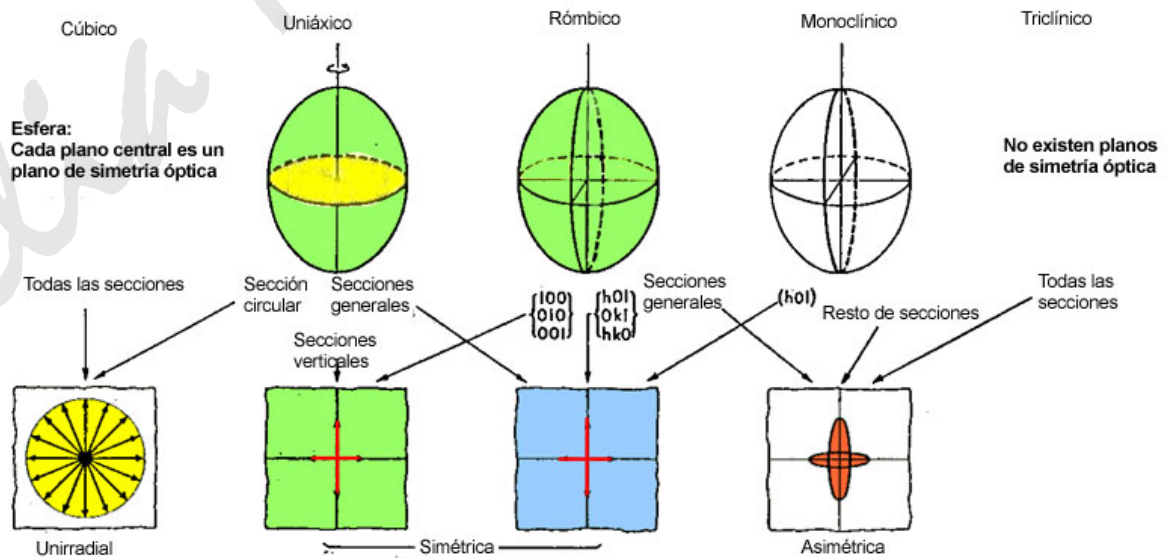


Figura 14.20.- Tipos de secciones en función de la simetría

- Las secciones basales (unirradiales) se corresponden con secciones cristalinas de tipo  $(00l)$  y se caracterizan porque tienen infinitas líneas de simetría óptica
- La existencia de una sola línea de simetría óptica implica que las dos vibraciones mutuamente perpendiculares sean polarizadas linealmente, mientras que la sección basal es indistinguible de cualquier sección de un cristal isótropo.

### **CRISTALES O MINERALES BIÁXICOS**

#### **Cristales transparentes**

- La indicatriz óptica es un elipsoide de tres ejes que posee dos secciones circulares igualmente inclinadas respecto de los ejes mayor y menor del elipsoide.
- Cada una de las secciones circulares es perpendicular a uno de los ejes ópticos.
- A lo largo de los ejes ópticos la luz no se desdobra y el estado de polarización se mantiene.
- En los cristales o minerales rómbicos la indicatriz tiene seis posibles orientaciones según la elección de los ejes cristalográficos, ya que cada uno debe coincidir con uno de los tres ejes binarios del elipsoide.
- Esta indicatriz tiene tres planos de simetría mutuamente perpendiculares.
- Todas las secciones perpendiculares a cada uno de estos planos posee al menos una línea de simetría óptica.
- Las secciones pinacoidales -  $(h00)$ ,  $(0k0)$ ,  $(00l)$  - poseen dos líneas de simetría óptica.
- Las secciones de tipo  $(h0l)$ ,  $(0kl)$  y  $(hk0)$  poseen una línea de simetría óptica.
- En estas secciones las dos vibraciones están polarizadas linealmente y se mantienen fijas para todas las longitudes de onda de la luz.
- Las secciones generales  $(hkl)$  no poseen líneas de simetría óptica.
- En estas secciones las vibraciones están polarizadas linealmente pero pueden dispersarse con la longitud de onda de la luz.
- En el caso de los cristales monoclinicos sólo hay una línea de simetría óptica y en los triclinicos ninguna.
- Se distinguen tres tipos de secciones en la indicatriz óptica:

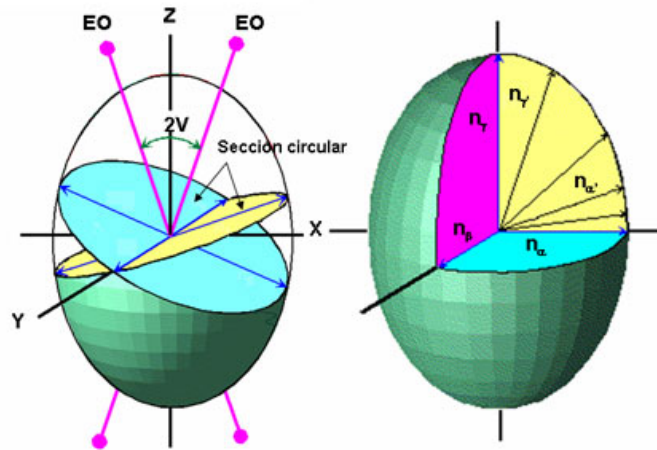


Figura 14.21.- Tipos de secciones de la indicatriz o elipsoide de los índices de un cristal biaxial transparente

**A. Secciones circulares:** Son dos.

- Secciones  $\perp$  ejes ópticos: Secciones isótropas
  - Se corresponden con secciones en el cristal o mineral cuyos índices de Miller dependen del mismo
  - Índice de refracción  $n_{\beta}$  medido en cualquier dirección

**B. Secciones elípticas:**

1. Secciones que contienen a dos ejes de la indicatriz: Secciones anisótropas

- **Secciones Z-X (plano axial óptico)**
  - Contienen a los 2 ejes ópticos
  - Secciones **c - a, c - b, a - c, b - c, a - b, b - a**
  - Eje Z asociado  $n_{\gamma}$
  - Eje X asociado  $n_{\alpha}$
  - Secciones más birrefringentes
  - Secciones más pleocróicas (si el cristal o mineral es pleocróico)
  - Secciones que muestran los colores de interferencia de orden más elevado
- **Sección Z - Y**
  - Sección **c - a, c - b, a - c, b - c, a - b, b - a**
  - con Z asociado  $n_{\gamma}$  con Y asociado  $n_{\beta}$
  - Contiene a la normal óptica
- **Sección X - Y**

- Sección **c - a, c - b, a - c, b - c, a - b, b - a**
- con X asociado  $n_\alpha$
- con Y asociado  $n_\beta$
- Contiene a la normal óptica

C. Secciones que contienen a uno de los ejes de la indicatriz y secciones que no contienen a ninguno de los ejes de la indicatriz

### **Cristales absorbentes**

- Las superficies indicatrices de  $n$  y  $k$  son, en general, superficies de 8° rango y la superficie indicatriz de reflectancia es de 24° rango.
- Cada una de estas superficies tiene tres planos de simetría mutuamente perpendiculares.

Todas las secciones perpendiculares a uno de los planos de simetría posee al menos una línea de simetría óptica (ver Figura 14.20).

- Las secciones pinacoidales -  $(h00)$ ,  $(0k0)$ ,  $(00l)$  - poseen dos líneas de simetría óptica.
- Las secciones de tipo  $(h0l)$ ,  $(0kl)$  y  $(hk0)$  poseen una línea de simetría óptica.
- En estas secciones las dos vibraciones están polarizadas linealmente y se mantienen fijas para todas las longitudes de onda de la luz.
- Las secciones generales  $(hkl)$  no poseen líneas de simetría óptica .
- En estas secciones las vibraciones pueden estar polarizadas elípticamente y pueden dispersarse con la longitud de onda de la luz.
- En este caso, el sentido de polarización y la relación de elipticidad son los mismos en ambas vibraciones.
- La relación de elipticidad es cero para las secciones perpendiculares a un plano de simetría. Para las secciones que no son perpendiculares a un plano de simetría, la relación de la elipticidad aumenta en función de la inclinación de estas secciones con el plano de simetría hasta alcanzar el valor máximo de la unidad originando la polarización circular.
- Hay cuatro direcciones en el cristal en las que la luz está polarizada circularmente y se les denomina ejes de rotación o ejes de polarización circular.
  - Cuando el ángulo entre dos de estos ejes ( $\sigma$ ), con sentido de rotación opuesto, es grande el cristal es muy absorbente y a medida que el ángulo disminuye la

absorción es muy pequeña; en el caso extremo, cuando dicho ángulo es cero ambos ejes se confunden en uno sólo y la absorción es cero, por lo que estos ejes corresponderían ahora a los ejes ópticos de un cristal transparente.

- Debido a la polarización elíptica sólo las secciones perpendiculares a uno de los tres planos de simetría óptica son representables geoméricamente (Figura 14.22) ( Figura 14.23: cristal rómbico) (Figura 14.24: cristal monoclinico).

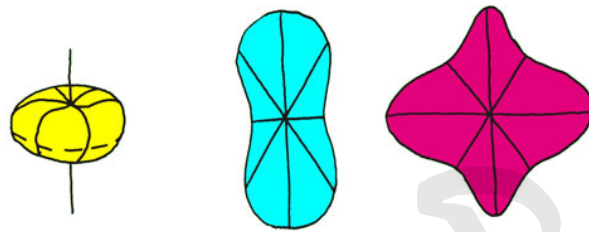


Figura 14.22.- Secciones representables

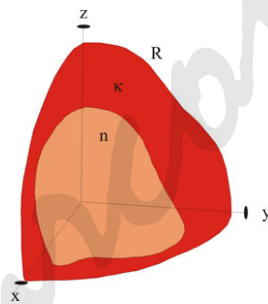


Figura 14.23.- Secciones representables en un cristal rómbico

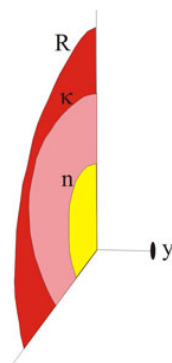


Figura 14.24.- Secciones representables en un cristal monoclinico