**ÍNDICE DE MATERIAS**

# CÁLCULO DE LOS PUNTOS DE TOMA DE LAS EXTRACCIONES PARA QUE LA MEJORA DEL RENDIMIENTO DEL CICLO REGENERATIVO SE MÁXIMA

## 1. MEJORA EN EL CONSUMO CALORÍFICO DE UN CICLO EN FUNCIÓN DEL CALENTAMIENTO DEL AGUA DE ALIMENTACIÓN, PRODUCIDO POR UNA EXTRACCIÓN

Ya se ha demostrado que, en términos generales, la utilización de extracciones mejora el rendimiento del ciclo. Ahora se hace necesario determinar los puntos de la turbina en los que se deben de hacer dichas extracciones, para que la mejora del rendimiento sea óptima.

Considerese el ciclo representado parcialmente en la *figura* 1 en el que:

| | | |
|---|---|---|
| $h_0$ | = | Entalpía a la entrada de la turbina |
| $h_S$ | = | Entalpía del vapor en el punto de toma de la extracción |
| $h_C$ | = | Entalpía del vapor en el punto final de la expansión |
| $h$ | = | Entalpía del agua a la salida del condensador |
| $h_1$ | = | Entalpía del agua después del calentamiento producido por la extracción |
| $W$ | = | $h_S - h_1$ |
| $\dot{m}_0$ | = | Caudal de agua-vapor del ciclo sin extracción |
| $\dot{m}_A$ | = | Caudal de agua-vapor del ciclo con extracción que realiza el mismo trabajo que el ciclo sin extracción |
| $\dot{m}_S$ | = | Caudal de la extracción |

Igualando las expresiones de los trabajos producidos por los dos ciclos, sin y con una extracción:

$$\dot{m}_0 H_t = \dot{m}_S H_P + (\dot{m}_A - \dot{m}_S) H_t = \dot{m}_A H_t - \dot{m}_S (H_t - H_P)$$

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_A - \dot{m}_S (1 - H_P/H_t)$$

Llamando $ß = H_P/H_t$

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_A - \dot{m}_S (1 - ß) \tag{1}$$

Por lo tanto $\dot{m}_A$ es mayor que $\dot{m}_0$

El balance térmico del calentador es:

$$\dot{m}_S W = (\dot{m}_A - \dot{m}_S) )h$$

$$\dot{m}_S (W + )h) = \dot{m}_A )h \tag{2}$$

Despejando $\dot{m}_S$ en la ecuación (2) y sustituyendo en la (1) se obtiene:

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_A - \dot{m}_A )h(1 - ß)/(W + )h)$$

$$\mathring{m}_0 = \mathring{m}_A(W + ß\,)h)/(W + \;)h) \qquad (3)$$

La disminución, en tanto por uno, que se obtiene en el calor aportado al ciclo al incorporar una extracción es:

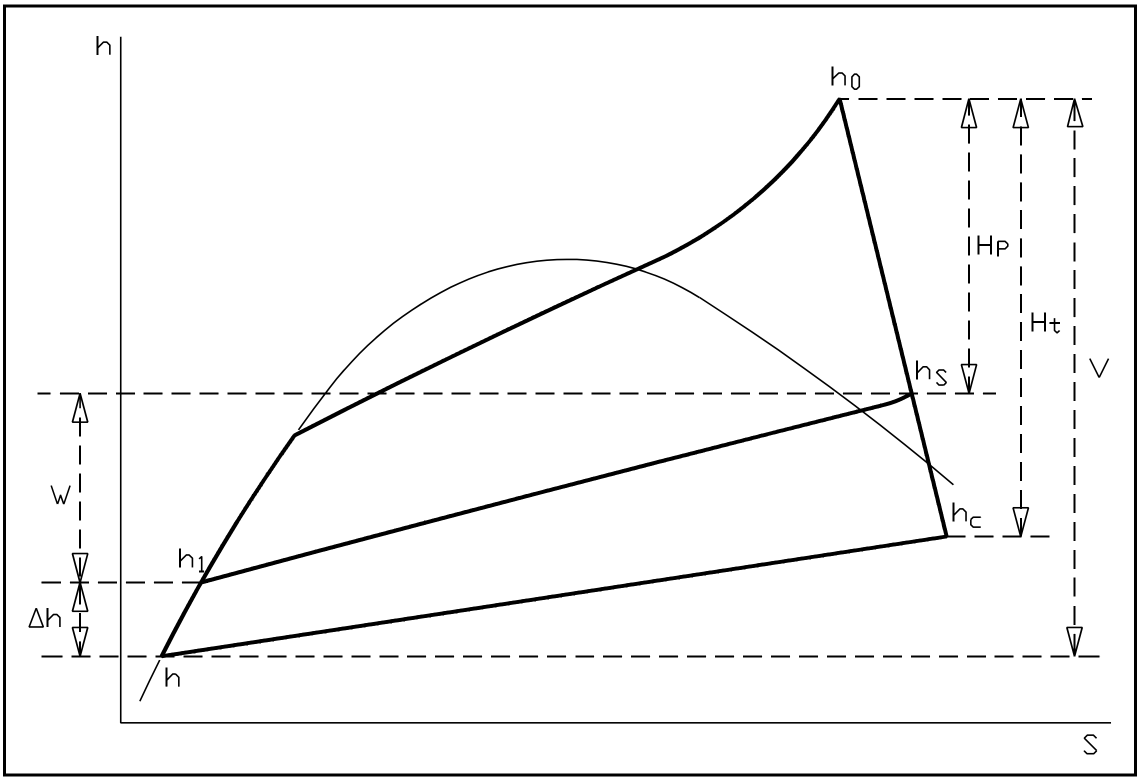


*Figura 1*

$$E = (Q_0 - Q_A)/Q_0 = 1 - Q_A/Q_0 = 1 - \mathring{m}_A(v - \;)h)/\mathring{m}_0\, v$$

Sustituyendo en la expresión anterior el valor $\mathring{m}_A/\mathring{m}_0$ obtenido de (3)

$$E = 1 - \frac{(W + \Delta h)(v - \Delta h)}{v(W + \beta\Delta h)}$$

$$E = \frac{\Delta h[v(\beta - 1) + W + \Delta h]}{v(W + \beta\Delta h)} \qquad (4)$$

Representando $E$ en función de $)h$, es decir, la disminución del calor aportado en función del calentamiento del agua de alimentación, se obtiene la curva de la *figura* 2.

Se puede definir la disminución específica, del calor aportado como:

$$E_{sp} = \frac{E}{\Delta h} = tan \ \alpha_1$$

$$E = \frac{v(\beta - 1) + W + \Delta h}{v(W + \beta \Delta h)}$$

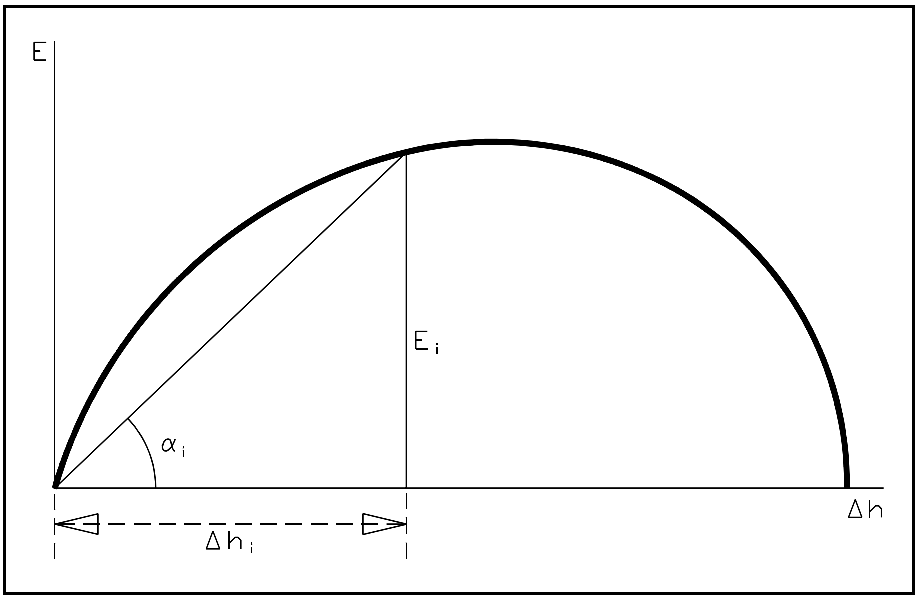


*Figura 2*

## 2. MEJORA EN EL CONSUMO CALORÍFICO DE UN CICLO, EN FUNCIÓN DEL CALENTAMIENTO DEL AGUA DE ALIMENTACIÓN PRODUCIDO POR DOS EXTRACCIONES

Supóngase que se hacen dos extracciones según el diagrama de la *figura* 3, siendo:

$h_{S1}$ = Entalpía en el punto de toma de la primera extracción.

$h_{S2}$ = Entalpía en el punto de toma de la segunda extracción.

$h_1$ = Entalpía del condensado de la primera extracción después de haber cedido su calor al agua de alimentación.

$h_2$ = Entalpía del condensado de la segunda extracción después de haber cedido su calor al agua de alimentación.

$W_1$ = $h_{S1} - h_1$.

$W_2$ = $h_{S2} - h_2$.

$H_1$ = Diferencia de entalpía entre la admisión de la turbina y el punto de toma de la primera extracción.

$H_2$ = Diferencia de entalpía entre la admisión de la turbina y el punto de toma de la segunda extracción.

$\mathring{m}_0$ = Caudal de vapor cuando no hay extracciones.

$\mathring{m}_A$ = Caudal de vapor cuando solo hay la primera extracción.

$\mathring{m}_B$ = Caudal de vapor cuando hay dos extracciones.

$\mathring{m}_1$ = Caudal tomado en la primera extracción.

$\mathring{m}_2$ = Caudal tomado en la segunda extracción.
$ß_1$ = $H_1/H_t$.
$ß_2$ = $H_2/H_t$.

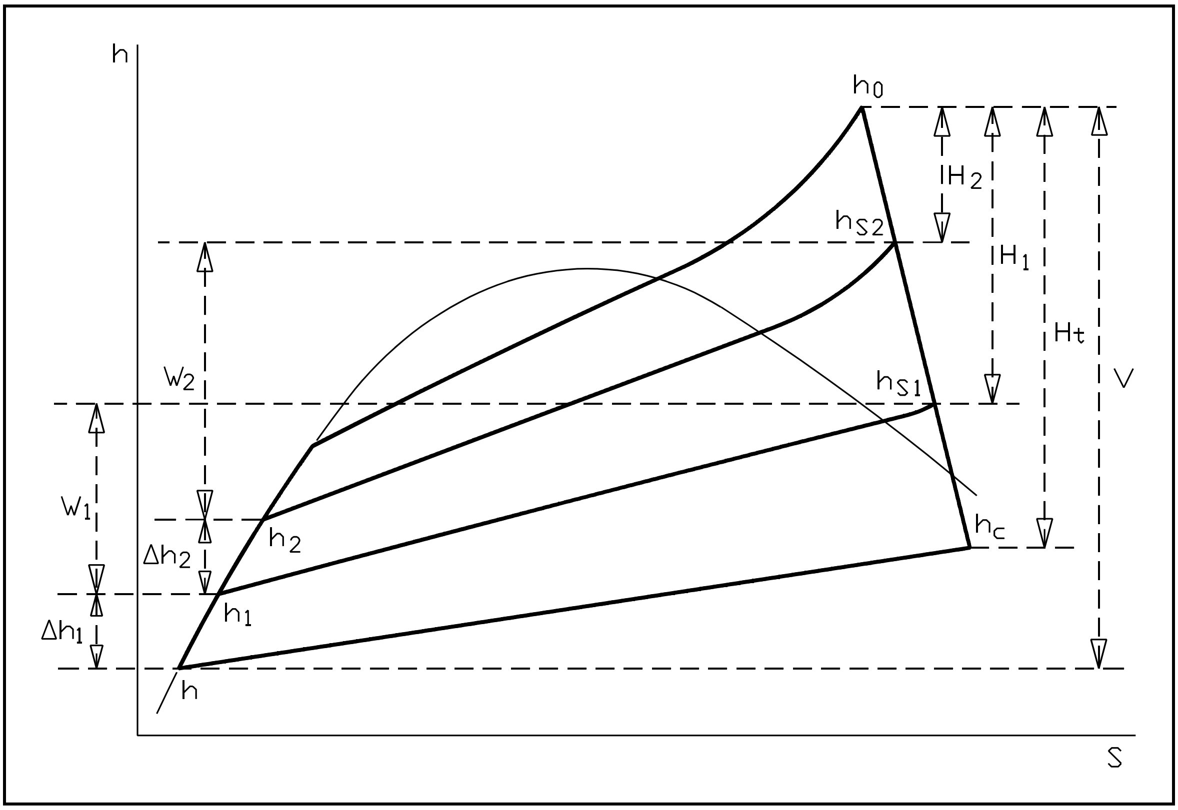


*Figura 3*

El balance de trabajos en el caso de dos extracciones es:

$$\mathring{m}_0 H_t = (\mathring{m}_B - \mathring{m}_1 - \mathring{m}_2)H_t + \mathring{m}_1 H_1 + \mathring{m}_2 H_2$$

$$\mathring{m}_0 = \mathring{m}_B - \mathring{m}_1 - \mathring{m}_2 + \mathring{m}_1 ß_1 + \mathring{m}_2 ß_2$$

$$\mathring{m}_B = \mathring{m}_0 + \mathring{m}_1(1 - ß_1) + \mathring{m}_2(1 - ß_2) \quad (5)$$

Balance de trabajos en el caso de una extracción

$$\mathring{m}_0 H_t = (\mathring{m}_A - \mathring{m}_S)H_t + \mathring{m}_S H_1$$

$$\mathring{m}_0 = \mathring{m}_A - \mathring{m}_S + \mathring{m}_S ß_1$$

$$\mathring{m}_A = \mathring{m}_0 + \mathring{m}_S(1 - ß_1)$$

Y en la práctica $\dot{m}_S \bullet \dot{m}_1$ (ver nota del pie[1]):

$$\dot{m}_A = \dot{m}_0 + \dot{m}_1(1 - ß_1) \qquad (6)$$

Balance térmico de los calentadores en el caso de dos extracciones.

$$\dot{m}_1 W_1 = (\dot{m}_B - \dot{m}_2 - \dot{m}_1)\,)h_1$$

$$\dot{m}_2 W_2 = (\dot{m}_B - \dot{m}_2)\,)h_2$$

Sumando

$$\dot{m}_2(W_2 + \,)h_1 + \,)h_2) + \dot{m}_1(W_1 + \,)h_1) = \dot{m}_B(\,)h_1 + \,)h_2) \qquad (7)$$

Balance térmico del calentador en el caso de una extracción:

$$\dot{m}_S W_1 = (\dot{m}_A - \dot{m}_S)\,)h_1$$

$$\dot{m}_S(W_1 + \,)h_1) = \dot{m}_A\,)h_1$$

y como $\dot{m}_S \bullet \dot{m}_1$:

$$\dot{m}_1(W_1 + \,)h_1) = \dot{m}_A\,)h_1 \qquad (8)$$

de (5) y (6)

$$\dot{m}_B = \dot{m}_A + (1 - ß_2)\dot{m}_2 \qquad (9)$$

de (7) y (8)

$$\dot{m}_2(W_2 + \,)h_1 + \,)h_2) = \dot{m}_B(\,)h_1 + \,)h_2) - \dot{m}_A(\,)h_1) \qquad (10)$$

Hay dos ecuaciones con $\dot{m}_A$, $\dot{m}_B$ y $\dot{m}_2$ y de ellas se puede obtener la relación $\dot{m}_B/\dot{m}_A$.

Para obtener $\dot{m}_B/\dot{m}_A$ hay que eliminar $\dot{m}_2$.

De (9) $\dot{m}_2 = (\dot{m}_B - \dot{m}_A)/(1 - ß_2)$

Sustituyendo en (10)

$$(\dot{m}_B - \dot{m}_A)(W_2 + \,)h_1 + \,)h_2) = \dot{m}_B(\,)h_1 + \,)h_2)(1 - ß_2) - \dot{m}_A\,)h_1(1 - ß_2)$$

$$\dot{m}_B(W_2 + \,)h_1 + \,)h_2 - \,)h_1 + ß_2\,)h_1 - \,)h_2 + ß_2\,)h_2) = \dot{m}_A(W_2 + \,)h_1 + \,)h_2 - \,)h_1 + ß_2\,)h_1)$$

[1] En la práctica $\dot{m}_B$ es un 5 % mayor que $\dot{m}_A$ y el caudal de una extracción es del orden del 5 % del caudal total. $W_1\dot{m}_S = \,)h_1(\dot{m}_A - \dot{m}_S)$; $W_1\dot{m}_1 = \,)h_1(\dot{m}_B - \dot{m}_1 - \dot{m}_2)$; $\dot{m}_S \bullet 0{,}05\dot{m}_A$; $\dot{m}_B \bullet 1{,}05\dot{m}_A$: $\dot{m}_1 \bullet \dot{m}_2 \bullet 0{,}05\dot{m}_B$; $\dot{m}_S/\dot{m}_1 \bullet 0{,}95/0{,}945 \bullet 1$

$$\dot{m}_B(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2) = \dot{m}_A(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \Delta h_2)$$

$$\dot{m}_B/\dot{m}_A = (W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \Delta h_2)/(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2) \qquad (11)$$

Mejora que se obtiene al utilizar dos extracciones, con respecto al caso en que sólo se utilice una:

$$E_2 = \frac{Q_A - Q_B}{Q_A} = 1 - \frac{Q_A}{Q_B}$$

Siendo $Q_A$ el calor suministrado al ciclo con sólo la extracción nº1 y $Q_B$ el calor suministrado al ciclo con las extracciones nº1 y nº2.

$$Q_A = \dot{m}_A(v - \Delta h_1)$$

$$Q_B = \dot{m}_B(v - \Delta h_1 - \Delta h_2)$$

$$E_2 = 1 - \frac{\dot{m}_B(v - \Delta h_1 - \Delta h_2)}{\dot{m}_A(v - \Delta h_1)} \qquad (12)$$

Sustituyendo el valor de $\dot{m}_B/\dot{m}_A$ de (11) en (12)

$$E_2 = 1 - \frac{(v - \Delta h_1 - \Delta h_2)(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \Delta h_2)}{(v - \Delta h_1)(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2)}$$

Operando queda:

$$E_2 = \frac{\Delta h_2 [W_2 + \Delta h_1 + \Delta h_2 - (1 - \beta_2)v]}{(v - \Delta h_1)(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2)} \qquad (13)$$

La mejora que se obtendría calentando también hasta $h_2$ pero con una sola extracción se obtiene de la fórmula ya calculada para una extracción (4), sustituyendo los valores correspondientes:

$$\beta = \beta_2$$
$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2$$
$$W = W_2$$
$$v = v$$

$$E'_2 = \frac{(\Delta h_1 + \Delta h_2)[W_2 + \Delta h_1 + \Delta h_2 - (1-\beta_2)v]}{v(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2)} \qquad (14)$$

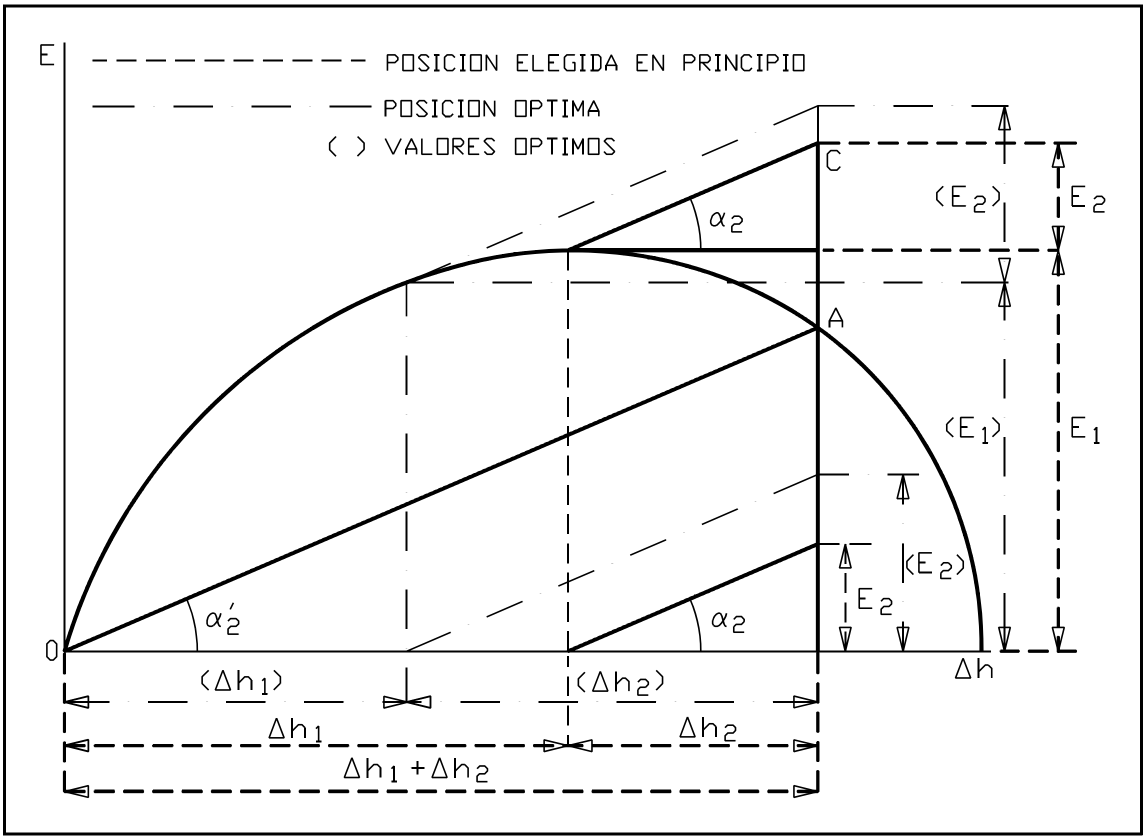


*Figura 4*

Fijándose en las mejoras específicas

$$E_{sp2} = E_2 / )h_2$$

$$E'_{sp2} = E'_2 /()h_1 + \ )h_2)$$

$$E_{sp2} = tg\alpha_2 = \frac{W_2 + \Delta h_1 + \Delta h_2 - (1-\beta_2)v}{(v - \Delta h_1)(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2)} \qquad (15)$$

$$E'_{sp2} = tg\alpha'_2 = \frac{W_2 + \Delta h_1 + \Delta h_2 - (1-\beta_2)v}{v(W_2 + \beta_2 \Delta h_1 + \beta_2 \Delta h_2)} \qquad (16)$$

Dividiendo (16) entre (15)

$$tg\ \alpha'_2 / tg\ \alpha_2 = (v - \Delta h_1)/v$$

Teniendo en cuenta que, en la práctica, $\Delta h_1 \approx 5v/100$

$$(v - \Delta h_1)/v = (100v - 5v)/100v = 95/100 \approx 1$$

Se puede considerar, en la práctica, que $\alpha'_2$ y $\alpha_2$ son casi iguales, ver la *figura* 4.

Si se repiten los cálculos suponiendo varias extracciones, el ángulo $\alpha$ obtenido en la mejora de la última extracción con respecto a la anterior, es aproximadamente igual al ángulo obtenido si todo el calentamiento se realiza con una sola extracción.

$$\alpha'_n \approx \alpha_n \tag{17}$$

## 3. MEJORA EN EL CONSUMO CALORÍFICO DE UN CICLO EN FUNCIÓN DEL CALENTAMIENTO DEL AGUA DE ALIMENTACIÓN PRODUCIDO POR VARIAS EXTRACCIONES

Ahora es necesario demostrar que la mejora total que se obtiene con varias extracciones, en la práctica, es igual a la suma de las mejoras parciales que se van obteniendo cuando se introduce cada extacción, con respecto a la situación anterior.

Mejoras que se van obteniendo con extracciones sucesivas respecto a la situación anterior

- Con la primera:

$$E_1 = \frac{\dot{m}_0 v - \dot{m}_A(v - \Delta h_1)}{\dot{m}_0 v}$$

- Con la segunda:

$$E_2 = \frac{\dot{m}_A(v - \Delta h_1) - \dot{m}_B(v - \Delta h_1 - \Delta h_2)}{\dot{m}_A(v - \Delta h_1)}$$

- Con la tercera:

$$E_3 = \frac{\dot{m}_B(v - \Delta h_1 - \Delta h_2) - \dot{m}_C(v - \Delta h_1 - \Delta h_2 - \Delta h_3)}{\dot{m}_B(v - \Delta h_1 - \Delta h_2)}$$

..................................................

- Con la enésima:

$$E_n = \frac{\dot{m}_{n-1}\left(v - \sum_{1}^{n-1} \Delta h_i\right) - \dot{m}_n\left(v - \sum_{1}^{n} \Delta h_i\right)}{\dot{m}_{n-1}\left(v - \sum_{1}^{n-1} \Delta h_i\right)}$$

Multiplicando los dos miembros de cada igualdad por el denominador y sumando después miembro a miembro, se obtiene:

$$\dot{m}_0 v E_1 + \dot{m}_A (v - \Delta h_1) E_2 + \dot{m}_B (v - \Delta h_1 - \Delta h_2) E_3 + .... + \dot{m}_{n-1} \left( v - \sum_{1}^{n-1} \Delta h_i \right) E_n =$$

$$= \dot{m}_0 v - \dot{m}_n \left( v - \sum_{1}^{n} \Delta h_i \right)$$

Dividiendo la expresión anterior por $\mathring{m}_0$v, el segundo miembro es la mejora total y quedará:

$$E_T = E_1 + \frac{\dot{m}_A (v - \Delta h_1)}{\dot{m}_0 v} E_2 + \frac{\dot{m}_B (v - \Delta h_1 - \Delta h_2)}{\dot{m}_0 v} E_3 + .... + \frac{\dot{m}_{n-1} \left( v - \sum_{1}^{n-1} \Delta h_i \right)}{\dot{m}_0 v} E_n$$

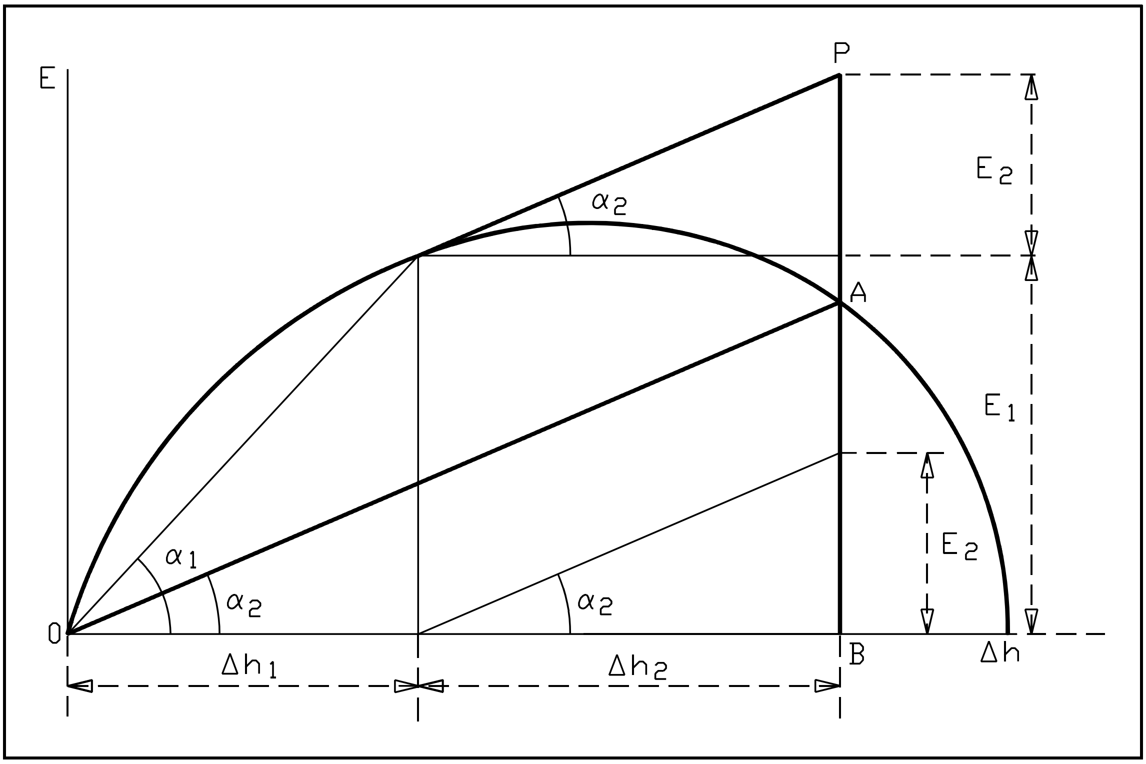


*Figura 5*

ecuación que también se puede escribir de la forma:

$$E_T = E_1 + \frac{\dot{m}_A(v-\Delta h_1)}{\dot{m}_0 v} E_2 + \frac{\dot{m}_B(v-\Delta h_1-\Delta h_2)}{\dot{m}_A(v-\Delta h_1)} \frac{\dot{m}_A(v-\Delta h_1)}{\dot{m}_0 v} E_3 + \ldots. + $$
$$+ \frac{\dot{m}_{n-1}\left(v-\sum_1^{n-1}\Delta h_i\right)}{\dot{m}_{n-2}\left(v-\sum_1^{n-2}\Delta h_i\right)} \frac{\dot{m}_{n-2}\left(v-\sum_1^{n-2}\Delta h_i\right)}{\dot{m}_{n-3}\left(v-\sum_1^{n-3}\Delta h_i\right)} \cdots \frac{\dot{m}_A(v-\Delta h_1)}{\dot{m}_0 v} E_n$$

Otambién en función de los valores *E*:

$$E_T = E_1 + (1-E_1)E_2 + (1-E_1)(1-E_2)E_3 + \cdots + (1-E_1)(1-E_2)\cdots(1-E_{n-1})E_n$$

Y operando la ecuación anterior:

$$E_T = E_1 + E_2 - E_1E_2 + E_3 - E_1E_3 - E_2E_3 + E_1E_2E_3 + \cdots\cdots$$

Agrupando queda

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \cdots + E_n - \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} E_iE_j + \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}\sum_{k=1}^{k=n} E_iE_jE_k - \cdots\cdots$$

Como los valores de cada E son del orden de $10^{-2}$, los valores de los dobles productos son del orden de $10^{-4}$ y los siguientes productos son de orden inferior por lo que se pueden despreciar y entonces la mejora total es igual a la suma de las mejoras que produce cada extracción con respecto a la anterior.

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots + E_n \qquad (18)$$

## 4. MÉTODO GRÁFICO DE CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS QUE DEBE DE REUNIR EL VAPOR EN LOS PUNTOS DE EXTRACCIÓN

En el caso de dos extracciones si se quiere calentar un total de $)h = )h_1 + )h_2$, *figura* 4, el ángulo correspondiente a la mejora del segundo calentamiento es igual al que se obtendría calentando $)h$ con una sola extracción. Además como las mejoras son sumables, la máxima que se puede obtener será trazando la tangente, a la curva de un calentador, paralela a la recta *OA* (*figura* 4). A cualquier otro punto que se lleve el primer calentamiento, la mejora total será inferior a la propuesta.

Para cada valor $)h = )h_1 + )h_2$ se puede obtener la curva de dos calentadores, lugar geométrico de los puntos P que se obtienen trazando la tangente a la curva de la primera extracción, paralela a cada recta OA y hallando su punto de corte con la BA paralela al eje de ordenadas (*figura* 5). Una vez obtenida la curva de dos calentadores, apoyándose en ella y con la misma construcción gráfica, utilizando como lineas de referencia siempre las OA referidas a la curva de la primera extracción, se puede obtener la de tres calentadores y así sucesivamente hasta el número de calentadores que sea necesario (*figura* 6).

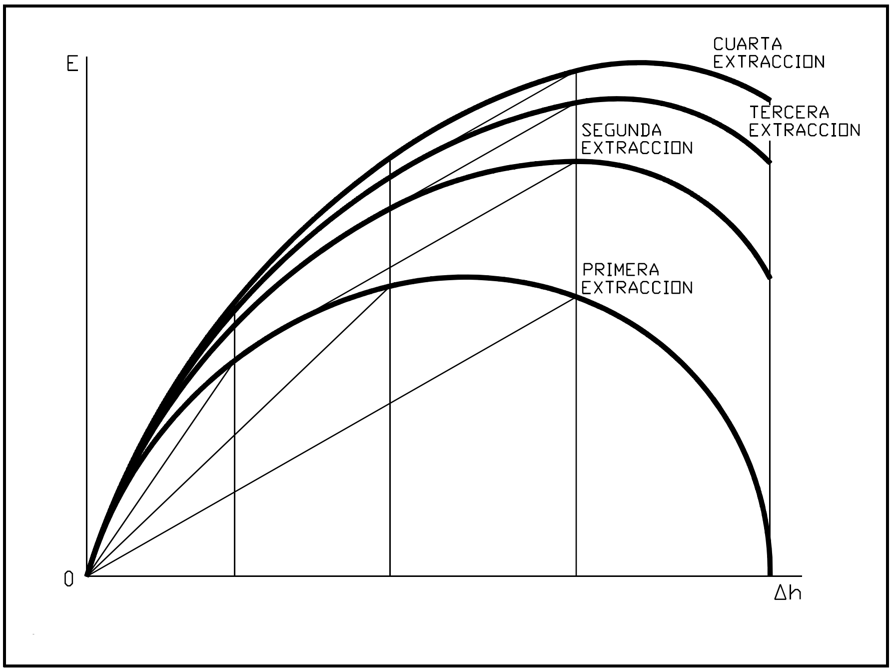


*Figura 6*

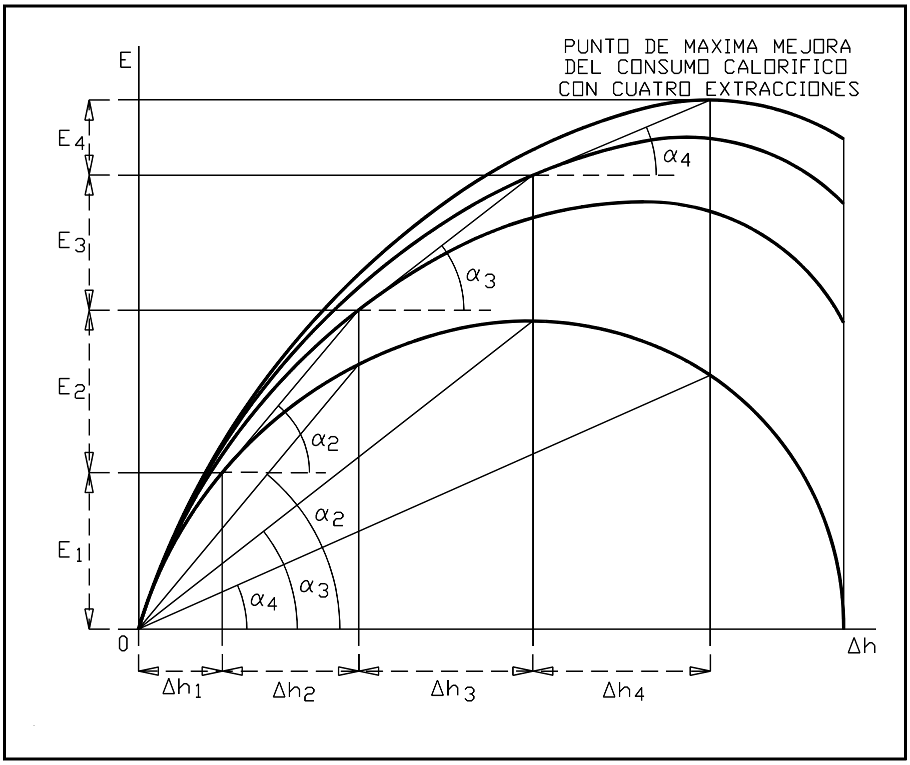


*Figura 7*

Una vez obtenida la familia de curvas, se elige como valor final del calentamiento el que da la mejora máxima con el número de calentadores elegido, (máximo de la curva del último calentador) por este máximo se traza una tangente a la curva del calentamiento anterior y el punto de tangencia define el final de dicho calentamiento. Se sigue con este proceso hasta alcanzar la curva del primer calentamiento, quedando así definidas las temperaturas finales de todos los calentamientos, las cuales van, a su vez, a determinar la presión a la que debe de hacerse la extracción en la turbina, *figura* 7.

## 5. CASO DE UNA TURBINA CON RECALENTADOR

La linea de expansión en una turbina con recalentador es la representada en la *figura* 8. Si se tiene en cuenta que, para la extracción representada:

$$v = v_1 + v_2;\ H_t = H_{t1} + H_{t2};\ ß = H_P/H_t;\ H_P = H_{t1} + H_{P2}$$

siguen siendo aplicables las ecuaciones (1), (2) y (3).

El calentamiento obtenido es el mismo si la extracción se hace en *A* que si se hace en *B* ya que la temperatura final solo depende de la presión de la extracción (la temperatura final de calentamiento es la de equilibrio correspondiente a la presión de la extracción) y los dos puntos están sobre la misma isobara.

El calor suministrado al ciclo cuando no hay extracción es igual a $\mathring{m}_0$v

Cuando hay extracción, si está antes del recalentador, punto A, el calor suministrado al ciclo será igual a $\mathring{m}_A(v - \ )h) - \mathring{m}_S v_2$.

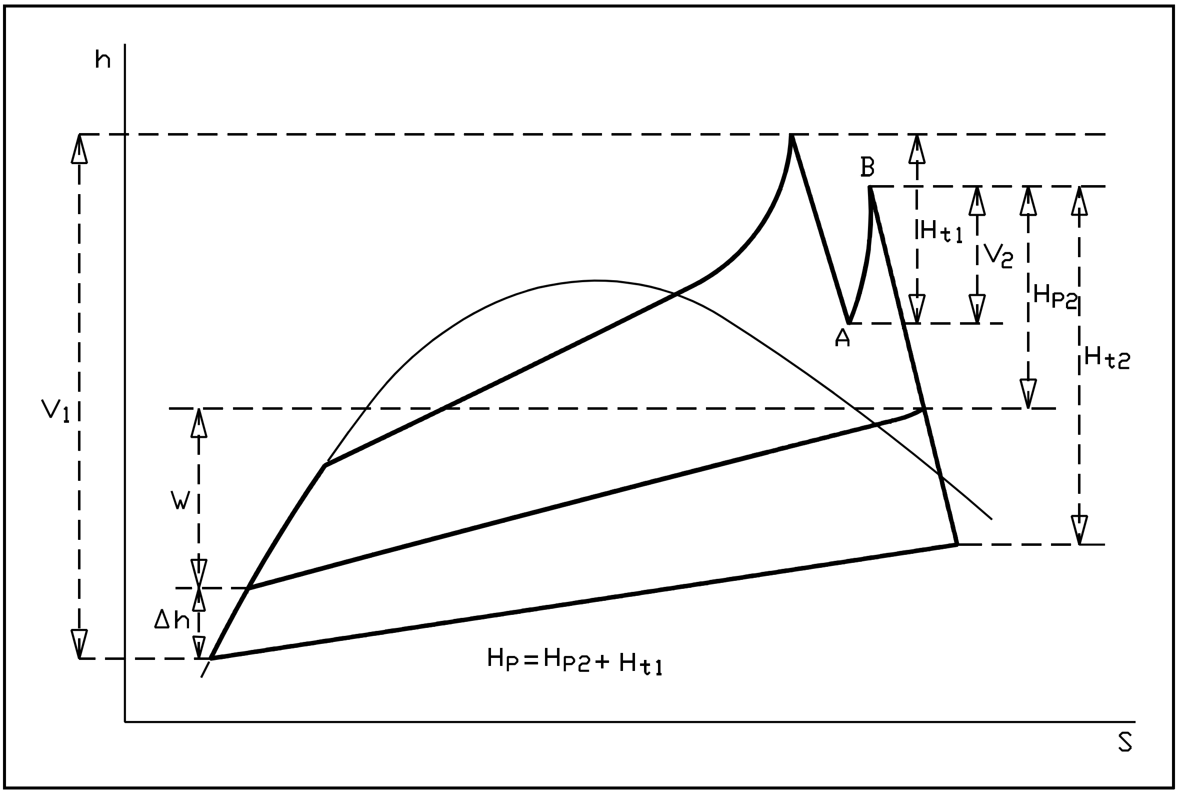


*Figura 8*

El balance térmico del calentador es $(\dot{m}_A - \dot{m}_S)\,)h = \dot{m}_S W_A$ y por tanto $\dot{m}_S = \dot{m}_A\,)h/(W_A + \,)h)$.

La mejora que se obtiene con esta extracción será:

$$E_A = 1 - \frac{\dot{m}_A(v - \Delta h) - \dot{m}_S v_2}{\dot{m}_0 v} = 1 - \frac{\dot{m}_A(v - \Delta h) - \dot{m}_A[\Delta h/(W_A + \Delta h)]v_2}{\dot{m}_0 v}$$

$$E_A = 1 - \frac{\dot{m}_A[(v - \Delta h)(W_A + \Delta h) - \Delta h v_2]}{\dot{m}_0 v(W_A + \Delta h)}$$

Teniendo en cuenta que $\dot{m}_A = H_{t1}/H_t$ y sustituyendo el valor de $\dot{m}_A/\dot{m}_0$ de la ecuación (3)

$$E_A = 1 - \frac{(W_A + \Delta h)[(v - \Delta h)(W_A + \Delta h) - \Delta h v_2]}{(W_A + \beta\Delta h)v(W_A + \Delta h)}$$

$$E_A = 1 - \frac{(v - \Delta h)(W_A + \Delta h) - \Delta h v_2}{(W_A + \beta\Delta h)v} \qquad (19)$$

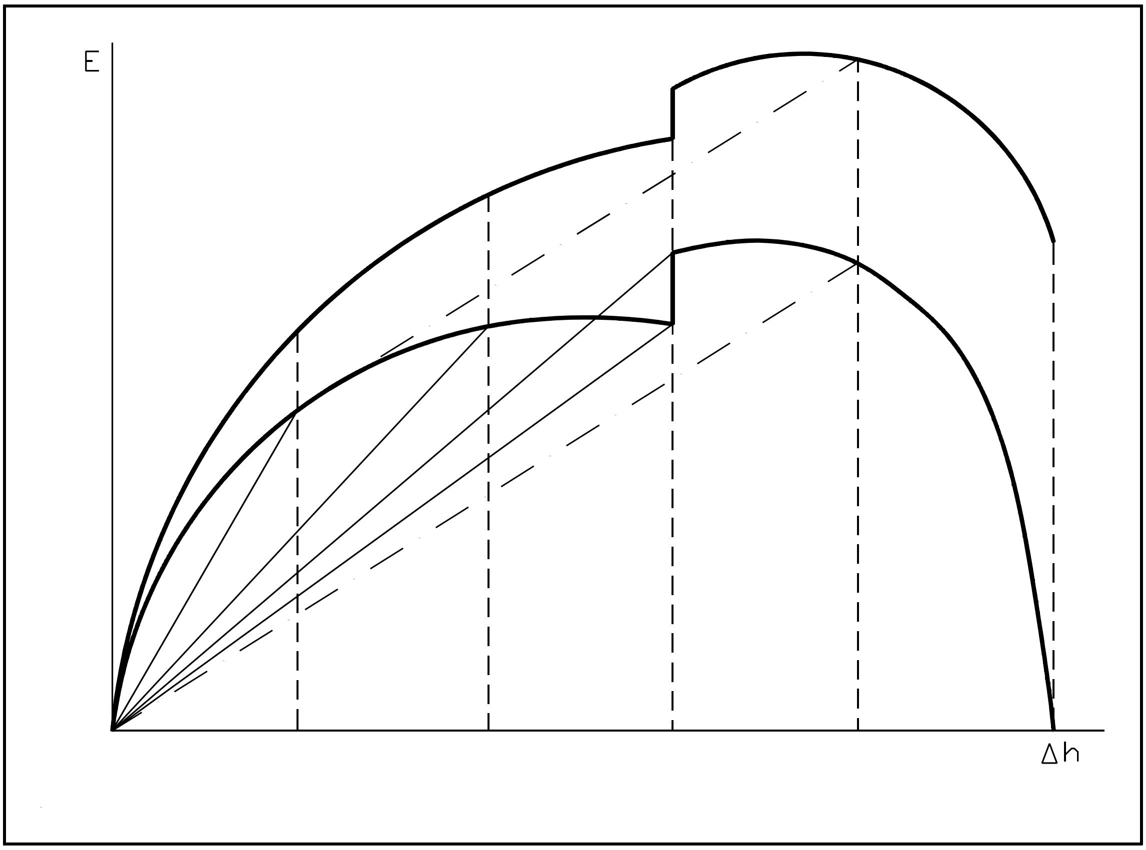


*Figura 9*

Si la extracción estuviera después del recalentador, punto *B*, el valor de $ß_B$ sería $H_{t1}/H_t$, es decir, el mismo que en el caso de que la extracción estuviera en *A*. El calor suministrado al ciclo sería $\dot{m}_A(v - \ )h)$ y la mejora del consumo calorífico:

$$E_B = 1 - \frac{\dot{m}_A(v - \Delta h)}{\dot{m}_0 v} = 1 - \frac{(v - \Delta h)(W_B + \Delta h)}{(W_B + \beta \Delta h)v}$$

Como $W_B = W_A + v_2$

$$E_B = 1 - \frac{(v - \Delta h)(W_A + v_2 + \Delta h)}{(W_A + v_2 + \beta \Delta h)v}$$

$$E_B = 1 - \frac{(v - \Delta h)(W_A + \Delta h) - \Delta h v_2 + v v_2}{v(W_A + \beta \Delta h) + v v_2} \tag{20}$$

Si la extracción se hace en *A*, la mejora es el valor de $E_A$ dado por la de la fórmula (19) y si se hace en *B* es el valor de $E_B$ dado por la de la fórmula (20). El valor de $E_A$ es superior al de $E_B$, ya que cuando, a una fracción menor que la unidad se le suma el mismo número al numerador y al denominador, el valor de la fracción aumenta. En este caso a la fracción que resta se le suma al numerador y al denominador el valor $vv_2$. Por tanto, cuando se tome una extracción a la presión del recalentador, para que la mejora del consumo calorífico sea óptima, esta toma debe de hacerse en el recalentado frío (vapor antes de recalentar).

Representando la curva de la mejora en función del calentamiento, cuando se llega al producido por una extracción a la presión del recalentador, se producirá una discontinuidad como se representa en la *figura* 9.

El sistema operativo que se sigue posteriormente es el mismo que se siguió en el caso de que no hubiera recalentador.